

Un énoncé de Vaschy et une expérience de Blondel revisités : la tension d'Ampère

O. COSTA DE BEAUREGARD

Annales de la Fondations Louis de Broglie
23, rue Marsoulan, F-75012 Paris, France.
fond.broglie@wanadoo.fr

RESUME. $\mathbf{A}$ notant le potentiel vecteur il y a en magnétostatique des courants équivalence intégrale entre la force de Laplace-Grassmann $d\mathbf{F} = I \mathbf{B} \times d\mathbf{l}$ et la tension $\mathbf{T} = I\mathbf{A}$. Aux diverses expériences ayant mis en évidence des aspects de cette « tension d'Ampère » s'ajoute celle du « fil enroulé » de Blondel convenablement réinterprétée. .

ABSTRACT. . $\mathbf{A}$ denoting the vector potential, there is in the magnetostatics of currents an integral equivalence between the Laplace-Grassmann force $d\mathbf{F} = I \mathbf{B} \times d\mathbf{l}$ and the ten-sion $\mathbf{T} = I\mathbf{A}$. We add here to the various experiments having evidenced aspects of this “Ampère tension” a reinterpretation of Blondel's one using a winding of the conductor.

1 Introduction : un imbroglio séculaire

On sait que la force électromotrice établissant dans un circuit un courant d'intensité I ne dépend pas de la présence éventuelle d'un champ magnétique $\mathbf{B}(\mathbf{r})$. Ceci demande une explication car, Φ notant le flux de $\mathbf{B}$ à travers le circuit, une *énergie potentielle* $I\Phi$ est alors produite; elle s'actualise sous la forme $I d\Phi/dt$ si l'on varie Φ .

Par contre la génération de la mutuelle énergie $W = I\Phi$ est directement évidente si l'on déforme ou déplace le circuit dans un champ $\mathbf{B}(\mathbf{r})$: elle égale alors le travail de la force de Laplace-Grassmann

$$\delta W = I \iint [\mathbf{B} \times d\mathbf{l}], \delta \mathbf{l} ;: \quad (1)$$

la fem d'induction $d\Phi/dt$ se lit sur la formule

$$W = I\Phi = I \int \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = I \iint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} . \quad (2)$$

Cette énigme est à l'origine d'un paradoxal énoncé de Vaschy¹ selon lequel « Il n'y a pas de mutuelle énergie entre un aimant permanent de moment $\mathbf{M}$ et un circuit d'intensité I ». Pourtant *un aimant agit sur un courant et un courant agit sur un aimant; s'il y a interaction il y a mutuelle énergie*. Sa formule est $W = \mathbf{B} \cdot \mathbf{M}$ dans le cas d'un dipôle de moment $\mathbf{M}$ plongé dans un champ $\mathbf{B}$, $W = I\Phi$ si elle est pensée comme attribuée au circuit; ces deux expressions sont échangeables via les formules du champ $\mathbf{B}_c$ du circuit et du potentiel vecteur $\mathbf{A}_m$ du dipôle.

En outre l'énoncé de Vaschy contredit le concept du feuillet magnétique d'Ampère, lisible sur la formule (2).

La solution, fort simple, de l'énigme est la suivante. *L'assemblage rigide d'un aimant permanent et d'un circuit alimenté sous un voltage ajustable V interdit aux forces magnétiques de travailler ; donc une mutuelle énergie d'assemblage s'oppose à la mutuelle énergie magnétique. C'est en ce sens que la mutuelle énergie totale est nulle.* Donc la fem produisant un courant I est insensible à la présence d'un champ magnétique $\mathbf{B}(\mathbf{r})$.

2 Discussion d'une expérience de Blondel

Blondel² a réalisé un appareil qui, enroulant ou déroulant en présence d'un aimant permanent un fil parcouru par un courant I , fait varier le flux embrassé Φ ; alors la mutuelle énergie $I\Phi$ *varie sans qu'aucune ligne de champ $\mathbf{B}$ soit coupée.*

Constatant qu'aucune fem n'apparaît Blondel pense avoir vérifié l'énoncé de Vaschy -ce qui, arguons nous, est inexact.

D'abord la mutuelle énergie $I\Phi$ existe bel et bien ; si elle n'est pas d'origine électro-magnétique elle est donc d'origine mécanique. Or, l'engin de Blondel est un moteur ou générateur comme la roue de Barlow, l'anneau de Gramme, le rotor unipolaire. S'il avait mesuré le couple de l'enrouleur Blondel aurait trouvé l'énergie manquante: il aurait trouvé que la tension du fil au point du contact glissant vaut $T = IA$, donc que la puissance échangée vaut $T.v$ comme lorsqu'une courroie roule à vitesse v sur une poulie.

Mettant en vacances la formule d'équivalence (2) l'engin de Blondel désolidarise la force longitudinale $T = IA$ de la force transverse $I \mathbf{B} \times d\mathbf{l}$ -et permet de la mesurer.

3 La tension d'Ampère dévoilée par l'effet Meissner

La masse de l'électron, ignorée de l'électromagnétisme classique, est essentielle en supraconductivité.

Refroidi dans le champ $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ d'un aimant permanent et devenu supraconducteur, un circuit acquiert un courant induit d'intensité I sans qu'aucune ligne du champ soit coupée. Le flux total Φ étant expulsé la somme de la self énergie (positive) du circuit et de la mutuelle énergie (négative) est nulle ; la self-énergie de l'aimant est donc nulle, en ce sens que l'énergie magnétique est contrebalancée par une énergie de contrainte structurelle.

Théorème 1. La self-énergie du super-courant induit par un champ $\mathbf{B} \equiv \partial \times \mathbf{A}$ égale l'énergie cinétique des électrons de conduction. Multipliée par l'intensité $I \equiv -e \, dn/dt$, l'intégrale de contour

$$\int (\mathbf{mv} - e\mathbf{A}).d\mathbf{l} = 0 \quad (3)$$

donne en effet

$$W = I\Phi \equiv I \int \mathbf{A}.d\mathbf{l} = \Sigma \frac{1}{2} mv^2 \quad (4)$$

Donc l'énergie cinétique des électrons égale moins la mutuelle énergie du système.

Théorème 2. *La tension mécanique créée dans un fil supraconducteur par la force centrifuge des électrons est contrebalancée par une tension attractive qui, A notant le potentiel vecteur dans la jauge adhérente à la source, vaut*

$$\mathbf{T} = I\mathbf{A} \quad (5)$$

. Soit en effet, mutuellement entrelacés et tous deux filiformes, un circuit c d'intensité I et un aimant fermé m de flux piégé Φ . La mutuelle énergie *topologiquement invariable* a les deux expressions équivalentes

$$W \equiv I\Phi = I \int \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}_c = \Phi \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}_m \quad (6)$$

Si donc un long aimant droit est coaxial avec un cercle supraconducteur, *la force centrifuge des électrons est compensée par une tension attractive de formule (5)*; cela permet à Tonomura³ d'énoncer « en supraconduction la symétrie de jauge est brisée », les électrons obéissant à la relation

$$m\mathbf{v} - e\mathbf{A} = \mathbf{0} . \quad (7)$$

Donc non seulement *l'énergie totale (cinétique plus potentielle)* mais aussi *l'impulsion totale (cinétique plus potentielle)* sont nulles.

La supraconductivité met donc en évidence la physicalité du potentiel vecteur, et en corollaire celle de la *tension d'Ampère* d'expression (5). Attractive dans le cas d'une *mutuelle* énergie celle-ci est répulsive dans le cas d'une *self* énergie. Sous cette forme elle a été mise en évidence dans plusieurs expériences⁴⁻⁸.

4 Sur la densité d'impulsion énergie électromagnétique

Vaschy¹ a fait un pas de trop en voulant absolutiser son énoncé: Il a postulé pour la densité d'énergie magnétique l'expression $\mathbf{H}^2$, alors que dans le

cas d'un dipole de moment $\mathbf{M}$ plongé dans un champ $\mathbf{B}$ elle vaut $W = \mathbf{H} \cdot \mathbf{M}$, d'où suivent les expressions $\mathbf{H} \times \mathbf{M}$ du couple et $\partial(\mathbf{M} \cdot \mathbf{H})$ de la force de Curie appliquées au dipôle.

En termes des champs la densité d'énergie magnétique se formule donc $w = \mathbf{H} \cdot \mathbf{B}$. Une autre expression utile est $w = \mathbf{A} \cdot \mathbf{j}$ lisible sur la formule (2). Contrairement à ce que postule Vaschy, l'énergie magnétique d'un système réside donc en partie dans les sources du champ.

Les formules de deux tenseurs densités d'impulsion-énergie électromagnétique suivent de là : celle du tenseur de Maxwell-Minkowski ($i, j, k, l = 1, 2, 3, 4$; $x^4 = ict$)

$$M^{ij} = \frac{1}{2} (D^{ik} E_k^j - B^{ik} H_k^j) \quad (8)$$

et celle du tenseur⁹

$$N^{kl} = A^{k;l} ; \quad (9)$$

$B^{ij} \equiv H^{ij} + P^{ij}$ note le tenseur induction magnéto-électrique et $D^{ij} \equiv E^{ij} + Q^{ij}$ son dual, le tenseur induction électro-magnétique ; j^l note la 4-densité de courant charge.

5 Conclusion

Justifiée par l'argumentation précédente, l'existence le long d'un circuit de la tension d'Ampère $\mathbf{T} = I\mathbf{A}$ a été validée par plusieurs expériences⁴⁻⁸ auxquelles on peut, selon nous, ajouter celle du fil enroulé de Blondel¹ convenablement réinterprétée. Cela confère un sens physique au potentiel vecteur exprimé dans la jauge adhérente aux sources. Autrement dit, la jauge de $\mathbf{A}$ est fixée en tant que constante d'intégration

-en accord avec un énoncé beaucoup plus général¹⁰.

Donnons pour finir la parole à Tonomura³ : « Parlons du potentiel vecteur dans un supraconducteur. Si un champ magnétique est appliqué à un supraconducteur un supercourant - e/m $\mathbf{A}$ est induit... Donc le potentiel vecteur est observable ! L'arbitraire de la jauge disparaît, la symétrie de jauge est brisée ».

Références

- [1] A. Vaschy, Traité d'Electricité et de Magnétisme (Baudry, Paris 1890).
- [2] A. Blondel, C. R. Ac. Sci. 59, 674 et 728 (1914).
- [3] 3. A. Tonomura, The quantum world unveiled by electron waves (World Scientific, Singapore 1998) 133.
- [4] 4. C. Hering, IEEE Trans. 42, 312 (1923).
- [5] 5. J. Nasilowski, Exploding Wires, (W.C. Case et H.K. More eds, Plenum, New York t.3 (1954).
- [6] 6. P.T. Pappas, Nuovo Cim. B 78, 189 (1983).
- [7] 7. P. Graneau, IEEE Trans. Mag. 20, 444 (1984).
- [8] 8. R. Saumont, Ampère force, in Advanced Electrodynamics (T.W. Barrett et D.M. Grimes eds, World Scientific Singapore 1998) 620.
- [9] 9. O. Costa de Beauregard, La Théorie de la Relativité Restreinte (Masson, Paris 1949) 82-84.
- [10] 10. O. Costa de Beauregard, Electromagnetic gauge as an integration condition in référence 8, 77.

Manuscrit reçu le 17 janvier 2002.