

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Diffraction par une ouverture d'Univers tridimensionnelle plane du genre temps*. Note de M. OLIVIER COSTA DE BEAUREGARD, présentée par M. Louis de Broglie.

Ce problème a été considéré à plusieurs reprises par nous-même ⁽¹⁾ et par Moshinsky ⁽²⁾. Partant des formules de notre précédente Note ⁽³⁾, nous voulons préciser ici notre raisonnement et notre formule, essentiellement compatibles avec ceux de Moshinsky.

$\psi(x)$ désignant une solution de l'équation de Gordon, $D(x' - x)$ le propagateur de Stueckelberg-Schwinger, $\sigma(x) = 0$ ou σ une hypersurface quelconque du genre espace, on a la formule covariante de résolution du problème de Cauchy ⁽³⁾ impliquant une intégrale étendue à σ , et due initialement à Schwinger,

$$(1) \quad \psi(x') = \langle D(x' - x) | \psi(x) \rangle_{\sigma} = \langle \sigma \rangle.$$

Du fait que la fonction de x , $D(x' - x)$, solution de l'équation de Gordon, est nulle dans l'ailleurs de x' , et du fait de l'équation de continuité du courant de Gordon, on a plus généralement

$$(2) \quad \psi(x') = \langle \Sigma \rangle,$$

l'intégrale étant étendue cette fois à une cloison quelconque du demi-cône isotrope *passé* ou du demi-cône isotrope *futur* de x' .

Prenons σ du genre espace infiniment loin dans le passé ($\sigma = \sigma_-$) puis infiniment loin dans le futur ($\sigma = \sigma_+$) de x' , et soit $x_1 = 0$ un hyperplan arbitraire τ du genre temps situé à distance finie. Il sépare σ_- en deux domaines, σ_{--} et σ_{+-} , et de même σ_+ en σ_{-+} et σ_{++} , le premier signe étant celui de $x_1 - x'_1$ et le second celui de $-i(x_4 - x'_4)$. La partie de τ intérieure au cône isotrope $[x']$ de sommet x' est formée de deux domaines, τ_{--} et τ_{-+} si $x'_1 > 0$, τ_{+-} et τ_{++} si $x'_1 < 0$, la convention des indices étant la même que précédemment. Si nous orientons

⁽¹⁾ *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 724; *Particules fondamentales et noyaux* (Colloques internationaux du C. N. R. S.), Paris, 1953, p. 207-216.

⁽²⁾ *Phys. Rev.*, 88, 1952, p. 625-631; *Rev. Mexic. de Fis.*, 1, 1952, p. 151-164; *Comptes rendus*, 238, 1954, p. 2395.

⁽³⁾ *Comptes rendus*, 239, 1954, p. 1357.

les quatre hypersurfaces τ dans le même sens que les quatre hypersurfaces σ relativement aux droites issues de x' , il résulte des précédentes considérations de continuité que l'on a les égalités entre intégrales

$$(3) \quad \langle \sigma_{ij} \rangle = \langle \tau_{ij} \rangle \quad (i, j = \pm, \pm).$$

D'autre part, l'argument de la phase stationnaire de Fresnel montre qu'avec des sources à l'infini chaque composante spectrale k du ψ est excitée exclusivement par la source de direction $x - x'$ colinéaire à k . Il suit de là que

$$(4) \quad \langle \sigma_{--} \rangle = \langle \sigma_{++} \rangle, \quad \langle \sigma_{+-} \rangle = \langle \sigma_{-+} \rangle.$$

Nous pouvons donc récrire (1) suivant :

$$(5) \quad \psi(x') = -\frac{i}{2k_0} \iiint_{x_1=0} D(x' - x) [\partial^1] \psi(x) \varepsilon(x' - x) d\tau_1,$$

$$(6) \quad d\tau_1 = -i dx_2 dx_3 dx_4 > 0, \quad \varepsilon(x' - x) = \begin{cases} +1 & \text{sur } \tau_{--} \text{ ou } \tau_{++}, \\ -1 & \text{sur } \tau_{+-} \text{ ou } \tau_{-+}. \end{cases}$$

En considérant les développements de Fourier ⁽³⁾ de $\psi(x)$ et de $D(x' - x)$, l'on voit aisément l'orthogonalité intégrale au sens (5) de deux ondes planes de k différents, et le fait que les deux termes de l'intégrale (5) sont égaux :

$$(7) \quad \psi(x') = \frac{i}{k_0} \iiint_{x_1=0} \psi(x) \partial^1 D(x' - x) \varepsilon(x' - x) d\tau_1,$$

$$(8) \quad \psi(x') = -\frac{i}{k_0} \iiint_{x_1=0} D(x' - x) \partial^1 \psi(x) \varepsilon(x' - x) d\tau_1;$$

(5), (7), (8) sont les extensions relativistes des formules classiques de la diffraction de Kirchhoff et de Rayleigh ⁽⁴⁾. Remarquons bien que ces intégrales ne représentent le ψ que d'un seul côté de l'hyperplan $x_1 = 0$; leur premier membre subit une discontinuité pour $x'_1 = 0$, et les équations intégrales obtenues en faisant $x'_1 = \pm 0$ sont différentes.

Supposons que $x_1 = 0$ soit l'équation d'un écran matériel pourvu d'une ouverture initialement et finalement fermée. L'ouverture d'Univers θ est limitée par un contour bidimensionnel du genre temps, comportant au moins deux points coniques, I et F, tels alors que $F - I$ soit du genre temps. Le demi-cône [I] futur de I et le demi-cône [F] passé de F partagent le demi-Univers $x_1 \geq 0$, par exemple, en 4 régions : 1° l'extérieur de [I] et de [F], où l'onde diffractée par l'ouverture θ est identiquement nulle; 2° le futur de [I] et de [F], où le $\psi(x')$ diffracté par l'ouverture est une superposition d'ondes purement retardées, avec, d'après ce qui fut dit à propos des (3) et (4), des composantes de Fourier des seuls types $(++)$ et $(--)$ (corpuscules et anti-corpuscules sortants) : ceci correspond à la généralisation proprement dite des formules de Kirchhoff et de Rayleigh, où $k_1 \geq 0$ ⁽⁴⁾; 3° le passé de [I] et

de [F], où les composantes D du ψ sont avancées et ses composantes planes des types $(-+)$ et $(+-)$ (corpuscules et anticorpuscules entrants); 4° l'intérieur de (I) et de (F), où le ψ est une superposition d'ondes avancées et retardées, une superposition des 4 types d'ondes planes.

Suivant que l'écran est parfaitement absorbant ou réfléchissant au sens de l'acoustique, $\psi(x_1=0)$ ou $\partial_1 \psi(x_1=0)$ s'annule hors de θ , et c'est la formule (7) ou (8) qui sera physiquement adaptée à la discussion précédente et à la résolution effective du problème ⁽¹⁾.

Notons les relations entre flux du 4-courant :

$$(9) \quad \{\sigma_{+-}\} - \{\sigma_{--}\} = -\{0\} \quad \text{ou} \quad \{\sigma_{++}\} - \{\sigma_{+-}\} = \{0\},$$

où l'on a mis en évidence l'hypersurface d'intégration, et qui traduisent la conservation de la différence des nombres de particules et d'antiparticules.

⁽¹⁾ Voir notamment C. J. BOUWKAMP, *Reports on Progress in Physics*, **17**, 1954, p. 35-100, § 2 et 4, équ. (2.6), (2.7), (2.16) et (4.1).

(Extrait des *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*,
t. 340, p. 160-162, séance du 10 janvier 1955.)