19-12-
1955 -
T 241
p 1921

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Le postulat d'Einstein concernant la propagation des signaux et les fonctions de Green d'Univers de la théorie quantique des champs.*

Note de M. **Olivier Costa de Beauregard**, présentée par M. Louis de Broglie.

Les propagateurs D_+ et D_-, bien connus de la théorie quantique des champs, ainsi que ceux qui en dépendent linéairement, ne sont pas nuls dans l'*ailleurs*, mais le courant de Gordon qui leur est associé est identiquement nul dans l'*ailleurs*.

La théorie quantique des champs a été amenée à définir de nombreux propagateurs, ou fonctions de Green d'Univers. Tous sont des combinaisons linéaires des potentiels retardé D_r et avancé D_a, de la somme à poids égaux des ondes planes à énergies positives D_+ et à énergies négatives D_-. Or, contrairement à D_r et D_a, D_+ et D_- ne sont pas nuls dans l'ailleurs, et ceci soulève *a priori* une difficulté dans leur emploi pour l'intégration de l'équation des ondes.

Rappelons la définition du courant de Gordon pour une onde scalaire ψ solution de l'équation de Gordon ($\lambda, \mu, \nu, \rho = 1, 2, 3, 4$; $x_4 = ict$)

(1) $$(\partial_\lambda^2 + k_0^2)\psi(x) = 0;$$

(2) $$j^\lambda = -\frac{i}{2k_0}\psi^*[\partial^\lambda]\psi, \qquad [\partial^\lambda] \equiv \overrightarrow{\partial^\lambda} - \overleftarrow{\partial^\lambda}.$$

Posant

(3) $$\psi = \rho\, e^{i\theta},$$

on trouve aisément que

(4) $$j^\lambda = \frac{1}{k_0}\rho^2\partial^\lambda\theta;$$

le courant de Gordon est normal aux hypersurfaces d'égale phase.

La définition des propagateurs D_+ et D_- attachés à l'équation (1) est

(5) $$D_\pm(y-x) = \pm\iiint_{\eta_\pm} e^{ik_\lambda(y^\lambda - x^\lambda)}\, d\eta,$$

où $\eta_\pm$ désignent les deux nappes de l'hyperboloïde

(6) $$\eta(k) \equiv k_\lambda k^\lambda + k_0^2 = 0,$$

et $d\eta$ le module de son élément de volume défini suivant

$$(7) \qquad i\,d\eta_\lambda = [\,dk_\mu\, dk_\nu\, dk_\rho\,], \qquad k_\lambda\, d\eta = -k_0\, d\eta_\lambda.$$

Les fonctions $D_\pm(x)$ sont réelles dans l'*ailleurs* de l'origine O. En effet, si x est du genre espace, on peut toujours se ramener au cas ou $x_4 = 0$. Associons alors par paires les ondes planes k^λ et k'^λ telles que $k^\alpha + k'^\alpha = 0$ ($\alpha, \beta, \gamma = 1, 2, 3$); la contribution à l'intégrale (5) d'une telle paire sera $2\cos k_\alpha x^\alpha$, donc réelle, et le résultat annoncé s'ensuit. En le rapprochant de celui impliqué dans la formule (4), nous trouvons que le courant de Gordon associé aux propagateurs D_+ et D_- est identiquement nul dans l'*ailleurs*, comme on l'annonçait.

Dans l'onde $D_\pm(x)$, le courant de Gordon est colinéaire aux droites du genre temps issues de O. Ce sont les rayons orthogonaux aux nappes d'hyperboloïde d'égales phases, enveloppes des plans d'égales phases impliqués dans (5). Saisissons cette occasion pour remarquer que le théorème de L. de Broglie concernant la vitesse de groupe est identique à la forme quadridimensionnelle de l'argument de la phase stationnaire et des zones de Fresnel.

Si une fonction de Green d'Univers impliquant linéairement D_+ ou D_- et employée dans la résolution d'un problème de diffraction quadridimensionnelle, nos remarques montrent qu'elle ne peut pas « propager » de corpuscules à une « vitesse supérieure à c », ce qui est conforme au théorème de L. de Broglie. Ce résultat trouve notamment son application dans une formule de Feynman [1], et dans la théorie de la diffraction par une ouverture plane à contour variable, dont nous avons récemment achevé la formulation.

[1] *Phys. Rev.*, **76**, 1949, p. 753, formule (18).

(Extrait des *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. **241**, p. 1921-1922, séance du 19 décembre 1955.)

GAUTHIER-VILLARS.
ÉDITEUR-IMPRIMEUR-LIBRAIRE DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES
149236-55 **Paris. — Quai des Grands-Augustins, 55.**