

1956-7 26.11
T 243
p 17 T

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur l'équivalence entre information et entropie et sur l'irréversibilité en physique.* Note (*) de M. OLIVIER COSTA DE BEAUREGARD, présentée par M. Louis de Broglie.

Relation entre les schémas de l'opération de mesure physique de J. von Neumann ⁽¹⁾ et de L. Brillouin ⁽²⁾. Équivalence entre le principe macroscopique des ondes retardées et celui de la croissance de l'entropie. Le théorème de L. Brillouin et la flèche du temps.

1. Il y a parenté, et contraste sur un point précis, entre deux analyses du processus de la mesure physique : celle de J. von Neumann ⁽¹⁾, où l'objet mesuré et l'appareillage sont traités comme des systèmes quantifiés entrant en interaction pendant un intervalle de temps fini, et celle par laquelle L. Brillouin ⁽²⁾ établit l'équivalence entre *information* et *entropie* dans le rapport $k \text{ Log } 2$.

L'interaction de mesure de von Neumann est caractérisée par ceci que l'arrêt de l'interaction laisse chacun des deux systèmes sur un état pur, avec une correspondance biunivoque entre les indices de numération des deux bases orthogonales ⁽²⁾. Or, réduit à l'essentiel, le schéma de L. Brillouin est exactement le même, ainsi qu'on le vérifie sur l'exemple type de la lecture d'une bande Morse composée en caractères binaires.

Ce parallélisme entre les deux schémas descriptifs rend d'autant plus frappant leur contraste sur le point que voici. Chez von Neumann, l'information acquise par la lecture de l'appareil n'est pas explicitement considérée comme dispersée ensuite sous forme d'entropie; le point essentiel consiste au contraire en le discernement précis de cette information, qu'on peut ainsi traduire : « le nombre d'occupation de tel état orthogonal de l'appareillage vaut 1 » ou bien « l'aiguille indicatrice marque telle case du cadran ». Chez L. Brillouin l'on n'insiste pas sur cet aspect de l'opération, qui existe pourtant, comme on s'en assure sur l'exemple cité ⁽²⁾; par contre, le point essentiel est que l'énergie δW reçue lors de la mesure est ensuite dégradée en chaleur : $\delta W = T \delta S$, T désignant la température de l'appareillage supposé en équilibre thermique; il reviendrait au même de dire que le nombre d'occupation 1 ayant été trouvé dans une case,

on le laisse ensuite se perdre au hasard dans la collection complète des cases possibles.

En bref, von Neumann et L. Brillouin s'attachent à deux aspects différents du même processus : l'un analyse en détail le phénomène élémentaire, l'autre son rattachement macroscopique à une statistique de grands ensembles.

2. Nous avons montré sur des exemples ⁽⁴⁾ que la loi macroscopique des ondes retardées à nombres d'occupation entiers n'est rien d'autre qu'un aspect du principe de la croissance de l'entropie. Voici le principe d'une démonstration générale de ce fait, donnée dans le cadre de la théorie des collectifs de von Neumann ⁽⁵⁾.

Von Neumann a montré que si l'on effectue, dans les mêmes conditions spatiotemporelles, la même mesure sur tous les constituants d'un collectif, la plus grande valeur des différents poids statistiques n'est jamais augmentée par la transition; ceci exprime l'irréversibilité du processus de mesure, comme une tendance à l'égalisation des nombres d'occupation. C'est bien ainsi que les choses se passent expérimentalement, le phénomène décrit étant celui des diffusions successives d'une onde retardée, avec la cohérence des phases et la possibilité d'interférence des probabilités (ou des fréquences statistiques dans le langage macroscopique).

Remarquons bien que la théorie de von Neumann recèle le même paradoxe que la mécanique statistique classique : de soi, elle ignore toute dissymétrie entre avenir et passé. Appliquée en prédiction, elle décrit le fonctionnement, conforme au principe de Carnot, de notre univers familier, où les évolutions sont définies par leurs conditions initiales, où la prévision est possible, mais la rétrodiction impossible sans hypothèses extrinsèques à la dynamique du système en étude (l'incidence de ces hypothèses est traduite par les coefficients arbitraires de la formule de Bayes). Au contraire, appliquée aveuglément en rétrodiction, la théorie de von Neumann, tout comme la mécanique statistique classique, décrit un cosmos paradoxal où toute évolution serait définie par ses conditions finales, où la prévision serait impossible [comme y a insisté Poincaré ⁽⁶⁾], mais où la rétrodiction aveugle serait possible. Dans ce cosmos paradoxal, on assisterait à la « *con-fusion en phase* » d'ondes avancées.

Concluons : A. La statistique des collectifs à elle seule ne suffit, pas plus en mécanique ondulatoire qu'en mécanique newtonienne, à expliquer l'irréversibilité objective des phénomènes; il faut y ajouter la règle qu'un état improbable du collectif peut être posé comme condition initiale, mais non comme condition finale. C'est là, si l'on veut, l'énoncé d'un principe de causalité et l'exclusion d'un principe de finalité, mais il faut

bien voir que *la validité de ce principe est essentiellement macroscopique*. B. Il y a coïncidence entre le principe (macroscopique) des ondes divergentes et celui de la croissance de l'entropie, lorsque ce dernier est énoncé avec la mécanique ondulatoire plutôt que la newtonienne, comme mécanique de base.

3. Reprenons maintenant tout ce qui précède dans le langage spatio-temporel de Minkowski. Ce qu'il y a d'*objectif* dans la flèche du temps, c'est l'ordonnance des états tridimensionnels curvilignes σ de l'univers suivant des valeurs monotones de l'entropie; et ce qu'il y a de *subjectif* est le sens d'exploration de la 4^e dimension de l'espace-temps par les psychismes vivants et conscients. Peut-on formuler un principe qui rende compte de ce sens d'exploration ?

Rappelons l'énoncé du théorème de L. Brillouin : toute information acquise au moyen d'une expérience macroscopique est payée par la dépense d'une néguentropie existante au moins égale. Le principe cherché est donc un *principe de croissance de l'information* d'origine expérimentale macroscopique.

Soit dit en passant, cette analyse révèle, au sein du principe de causalité si familier, un élément subjectif (qu'on ne soupçonnait guère *a priori*) à côté d'un élément objectif.

(*) Séance du 10 novembre 1956.

(¹) *Les fondements mathématiques de la Mécanique quantique*, Paris, 1946, chap. 6.

(²) *Science and information theory*, New York, 1956, voir principalement chap. 18.

(³) C'est la situation où E. Schrödinger voit « de la magie » : *Naturwissenschaften*, 23, 1935, p. 787, 823 et 844.

(⁴) *Comptes rendus*, 236, 1953, p. 668 et 241, 1955, p. 1721. Nous venons de nous aviser que la connexion entre les principes macroscopiques des ondes retardées et de la croissance de l'entropie a été discutée par Einstein et Ritz, (*Physik. Zeits*, 10, 1909, p. 333.

(⁵) Référence (¹), chap. 4 et 5.

(⁶) *Le Hasard*, in *Science et Méthode*.

(Extrait des *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*,
t. 243, p. 1728-1730, séance du 26 novembre 1956.)

GAUTHIER-VILLARS.

ÉDITEUR-IMPRIMEUR-LIBRAIRE DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

150944-56

Paris. — Quai des Grands-Augustins, 55.