
RELATIVITÉ. — *Principe de Mach et univers en expansion. Un nouveau modèle de cosmos.* Note de M. OLIVIER COSTA DE BEAUREGARD, présentée par M. Louis de Broglie.

Équivalence entre la formulation du principe de Mach par D. Park ⁽¹⁾, ⁽²⁾ et le principe cosmologique de Jordan-Haas ⁽³⁾. Le second postulat de Jordan et l'hypothèse d'une loi d'expansion linéaire. Possibilité d'intégrer selon ces conditions les équations de la gravitation d'Einstein. Remarques sur l'hypothèse des gravitons.

1. D. Park ⁽¹⁾ a émis l'idée fort intéressante que la constante sans dimensions I figurant dans la loi de Galilée $\vec{f} = Im\vec{\gamma}$, qui est rendue égale à 1 avec les systèmes d'unités habituels, représente la valeur du fond non nul du potentiel de gravitation qui, dans un univers à courbure spatiale positive $1/R$ et à masse M finie, est certainement un multiple simple de $\chi M/R$, où χ désigne la constante d'Einstein. Il est remarquable qu'une telle relation soit vérifiée ⁽²⁾ en théorie du cosmos statique d'Einstein.

Dans un univers expansif, l'idée de Park revient à postuler qu'avec les unités habituelles $\chi M/R$ est une intégrale première de l'expansion ; comme, avec un espace sphérique fermé, et ρ désignant la densité massique moyenne, $M = 2\pi^2 R^3 \rho$, l'on posera par hypothèse, η désignant un nombre constant de l'ordre de l'unité.

$$(I) \quad \frac{\chi M}{2\pi^2 R} \equiv \chi \rho R^2 = \text{nombre constant } \eta \text{ de valeur simple.}$$

Or, ce postulat est identique à celui posé par Jordan et Haas ⁽³⁾, que Haas a justifié théoriquement en remarquant qu'en multipliant par $c^2 M/\eta$ les deux membres de (I), l'on exprime l'égalité entre l'équivalent en énergie de la masse totale du cosmos et l'énergie potentielle globale de gravitation. Sous réserve de pouvoir intégrer selon cette condition les équations de la gravitation d'Einstein, l'hypothèse de Haas éclaire leur interprétation rétroactivement, car, si leur second membre contient la somme des densités de toutes les formes d'énergie sauf l'énergie potentielle de gravitation, l'on peut dire alors que cette dernière est figurée au premier membre.

En utilisant les valeurs expérimentales de χ , de ρ (assez mal connue) et de R (voisine de la constante de Hubble dans la plupart des théories), Jordan ⁽³⁾ a remarqué que l'hypothèse (I) n'apparaît nullement invraisemblable.

Pour toutes ces raisons, nous adopterons ici le postulat (I) de Jordan-Haas-Park.

2. Mais Jordan (³) a suggéré aussi que le nombre R/L , voisin de 1 dans la plupart des théories, où $L \equiv (\nu D/\delta\nu)$ désigne la constante de récession de Hubble, pourrait être, lui aussi, une intégrale première de l'expansion. L'on s'assure aisément que ce nouveau postulat équivaut à celui d'une loi linéaire d'expansion $R = bt$, où t désigne le temps cosmique. A notre connaissance, cette idée très simple n'a pas été souvent proposée, sans doute parce qu'elle ne peut être satisfaite sous l'hypothèse d'une masse totale M constante. Mais l'importante remarque de Haas, jointe à l'exemple de la théorie de W. H. Mac Crea (⁴), suggèrent l'idée d'écarter les restrictions classiques; et l'hypothèse $R = bt$, $b = \text{const.}$, entraîne deux conséquences fort intéressantes que voici.

Elle dispense d'abord d'avoir à considérer R et t comme deux grandeurs physiques distinctes : ce seront ici deux aspects différents de la même grandeur.

L'idée la plus séduisante serait évidemment d'avoir $b \equiv c$, mais le rapport $\alpha \equiv b/c$ est une donnée objective de la Nature, ici égale au rapport du rayon présent de l'espace à la constante de Hubble. En disposant de la valeur de b , l'on peut ajuster la valeur présente de la densité ρ , mais malheureusement pas celle de l'âge de l'univers, qui reste donnée par la relation $L = cT$; on sait que, pour $L \simeq 3 \cdot 10^{27}$ cm, il vient $T \simeq 10^{17}$ s $\simeq 3^9$ années, valeur qui semble un peu courte.

Si l'on construit, en coordonnées polaires, un diagramme de Minkowski généralisé impliquant le rayon vecteur R et trois angles (θ) repérant les points de l'espace, la locution « univers en expansion » cédera le pas à celle de « exploration dans le sens centrifuge du cosmos 4-dimensionnel, par les êtres vivants et conscients ».

La seconde propriété remarquable des cosmos tels que $R = bt$ est que les rayons lumineux γ sont des spirales logarithmiques $c dR = bR d\theta$. La loi de Hubble y prend l'expression très simple $R\nu = \text{const.}$, en vertu de laquelle il n'y a qu'un seul événement limite « inconnaissable », l'instant-point origine de l'expansion.

En vertu des précédents arguments, nous adopterons aussi le *second postulat de Jordan*

$$(II) \quad \frac{R}{L} \equiv - \frac{R \delta\nu}{\nu D} = \text{nombre constant } \alpha \equiv \frac{b}{c}, \quad \text{ou} \quad R = bt.$$

3. Rappelons la forme donnée par W. De Sitter (⁵) aux équations de la gravitation d'Einstein pour les problèmes cosmologiques; K/R ($K = +1, 0, -1$), caractérise la courbure positive, nulle ou négative de l'espace, p désigne une

pression spatialement isotrope, et les dérivées sont prises par rapport au temps cosmique t ; nous utilisons la forme sans constante cosmologique :

$$(1) \quad 3(c^{-2}R^2 + K) = \chi^2 R^2,$$

$$(2) \quad 2c^{-2}RR'' + c^{-2}R'^2 + K = -\chi p R^2.$$

Par combinaison de (1) et (2), l'on déduit une forme intéressante et connue (6) de la loi de conservation du tenseur matériel

$$(3) \quad d(\chi^2 R^2) + \chi p dR^2 = 0,$$

ainsi que la relation

$$(4) \quad c^2 \chi R (3p + \rho) = -6R'';$$

(3) ou (4) peuvent remplacer (2).

Je dis que, moyennant l'unique postulat

$$(III) \quad 3p + \rho = 0,$$

l'intégrale des (1) et (2) répond aux conditions (I) et (II), avec la relation entre constantes imposée alors par (1)

$$(5) \quad 3(\alpha^2 + K) = \eta;$$

en effet, d'après (4), la condition nécessaire et suffisante pour que $R'' = 0$ ou $R' = b$ est (III).

Par exemple, avec $K = +1$ (espace sphérique fermé) et $\alpha = 0$, donc $R = \text{const.}$, puis $\eta = 3$, l'on retrouve la solution statique d'Einstein, la présence de la pression négative p compensant ici l'absence du terme cosmologique ($\eta = 2$ dans la présentation usuelle de cette solution).

Avec $K = +1$ et $\alpha = 1$, donc $b = c$, il vient $\eta = 6$.

En prenant $\chi \simeq 1,86 \cdot 10^{-27}$ C.G.S., nous trouvons, pour la masse spécifique moyenne présente du cosmos $\rho \simeq 2,3 \cdot 10^{-28}$ C.G.S.; notons que dans ρ figurent des participations difficiles à mettre en évidence, comme par exemple le terme de masse cinétique des neutrinos.

Comme dans la théorie partiellement analogue de Mac Crea (4), nous avons admis l'existence d'une pression négative, créatrice continue de masse lors de l'expansion; avec Mac Crea, nous supposons cette pression spatialement uniforme, donc de gradient spatial nul, et inobservable de ce chef. A l'échelle astronomique moyenne, la valeur très faible de $-p \simeq 10^{-28}$ C.G.S. rendra inobservable le taux de création de masse $(\chi M)' / \chi M = L'/L \simeq 10^{-17}$ C.G.S.

4. Il résulte d'une précédente remarque que, dans un cosmos conforme au postulat de Haas, le second membre changé de signe des équations d'Einstein représente la densité d'énergie d'interaction gravitationnelle (négative par définition). La forme même de la relation (III) suggère alors fortement que

l'interaction de gravitation est transportée par des corpuscules de masse propre nulle et de vitesse c ; ce serait alors le travail de la pression (positive) de ces « gravitons virtuels » à énergie négative (par définition) qui serait responsable de la « création continue de masse ».

Touchant celle-ci, deux hypothèses que voici sont peut-être à considérer. L'exemple des théories des champs quantifiés suggère que la masse nouvelle (engendrée aux dépens de l'énergie potentielle de gravitation) devrait apparaître sous forme de gravitons libres; ainsi, l'expansion de l'univers aurait pour corollaire une émission d'ondes de gravitation. D'autre part, l'origine des rayons cosmiques demeure non incontestablement expliquée: l'on pourrait penser qu'une partie au moins d'entre eux est produite par matérialisations successives à partir de gravitons de très haute énergie.

(¹) *J. Phys. Rad.* (sous presse).

(²) O. COSTA DE BEAUREGARD, *ibid.*

(³) P. JORDAN, *Nature*, 164, 1947, p. 637.

(⁴) *Proc. Roy. Soc.*, A 206, 1951, p. 562. Une relation de forme (1) vaut en théorie de Mac Crea, avec ρ et R constants, et R ayant une autre signification qu'ici.

(⁵) *Bull. Astr. Inst. Netherlands*, 3, 1930, n° 193, p. 211 et n° 200, p. 274.

(⁶) H. MINEUR, *L'univers en expansion*, Paris, 1933, p. 20.

(Extrait des *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*,
t. 244, p. 308-311, séance du 14 janvier 1957.)

GAUTHIER-VILLARS,

ÉDITEUR-IMPRIMEUR-LIBRAIRE DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES
Paris. — Quai des Grands-Augustins, 55.

151185-57