C. R. Acad. Sc. Paris, t. 268, p. 216-218 (20 janvier 1969). **Série B**

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Sur la prévision théorique d'un décalage latéral par réflexion totale d'un faisceau incident polarisé circulairement.* Note (*) de MM. **Olivier Costa de Beauregard** et **Christian Imbert**, présentée par M. Louis de Broglie.

Dans une précédente Note, l'un de nous [1] a montré que le raisonnement basé sur la conservation du flux d'énergie [2] conduisant à l'explication correcte du décalage longitudinal l_x de Goos et Hänchen [3] prévoit en outre, lorsque l'onde incidente est polarisée elliptiquement, un décalage l_y perpendiculaire au plan d'incidence xOz (dont le signe dépend du sens de la vibration). Un tel phénomène s'apparente étroitement à l'existence, dans des cas analogues, d'une composante $\mathcal{S}_y$ du vecteur de Poynting [[4] à [7]].

Nous conserverons, dans ce qui suit, les conventions et notations des Notes précédentes [[1], [7]]. La vibration incidente est circulaire ($\mathrm{E}^i_{\parallel} = 1$, $\mathrm{E}^i_{\perp} = \pm j$).

La non-nullité de l_y et de $\Phi^{-0}_{-\infty} = \int_{-\infty}^{-0} \mathcal{S}^t_y \, dz$ (flux transversal d'énergie par unité de longueur x) résulte très directement de l'existence de la relation :

$$\mathcal{S}^t_y = \mp \frac{k_t}{k_i^2 + k_t^2} \, \partial_z \mathcal{S}^t_x \tag{1}$$

($\mp$ suivant le sens gauche ou droit de la vibration circulaire incidente). Il est alors permis de se demander si l'effet précédemment considéré ne se trouverait pas annulé du fait d'une éventuelle nullité du flux total $\Phi^{+\infty}_{-\infty} \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{S}_y \, dz$; l'objet de la présente Note est de discuter ce point.

On s'assure aisément que le flux d'énergie transversal $\Phi^{z}_{+0} = \int_{+0}^{z} \mathcal{S}^{ir}_y \, dz$, où $\vec{S}^{ir}$ désigne le vecteur de Poynting dans la région d'incidence et de réflexion $z > 0$, est une fonction sinusoïdale de z dont la valeur moyenne est nulle lorsque $z \to +\infty$; on a, en effet :

$$\vec{\mathcal{S}}^{ir} = \pm \mathrm{Y}_i \alpha_i \begin{cases} 2 + \mathrm{A} \cos(2 k_i \gamma_i z + \varphi), \\ \gamma_i \mathrm{A} \sin(2 k_i \gamma_i z + \varphi), \\ 0. \end{cases} \qquad \text{avec} \quad r_\perp + r_\parallel = \mathrm{A}\, e^{j\varphi},$$

On remarque que

$$\mathcal{S}^{ir}_y = \mp \frac{1}{2 k_i} \, \partial_z \mathcal{S}^{ir}_x. \tag{2}$$

Pour trancher la question posée il suffira donc de s'assurer que le flux transversal $\Phi^{+0}_{-\infty} = \int_{-\infty}^{+0} \mathcal{S}_y \, dz$ n'est pas nul.

Les relations (1) et (2) permettent d'écrire

$$\mathcal{S}_y = f(z)\, \partial_z \mathcal{S}_x,$$

avec

$$f(z) = \begin{cases} c_1 = \mp \dfrac{k_t}{k_i^2 + k_t^2} & \text{pour } z < 0, \\ \dfrac{1}{2}\,(c_1 + c_2) & \text{pour } z = 0, \\ c_2 = \mp \dfrac{1}{2\,k_t} & \text{pour } z > 0. \end{cases}$$

En faisant jouer l'identité

$$f\,\vec{\partial} \wedge \vec{\mathrm{V}} = \vec{\partial} \wedge \left(f\vec{\mathrm{V}}\right) - \left(\vec{\partial} f\right) \wedge \vec{\mathrm{V}}$$

on écrit [$\mathcal{S}_x(-\infty)$ étant nul]

$$\Phi_{-\infty}^{+0} = f(+0)\,\mathcal{S}_x(+0) - \frac{1}{2}\,[f(+0) - f(-0)]\,[\mathcal{S}_x(+0) + \mathcal{S}_x(-0)]. \tag{3}$$

La discontinuité de $\vec{\mathcal{S}}$ provient ici uniquement de celle de la composante $\mathcal{E}_z$ du champ électrique. Décomposons donc $\vec{\mathcal{S}} = 1/4\left(\vec{\mathcal{E}} \wedge \vec{\mathcal{H}}^\star + c\right)$ en

$$\vec{\mathcal{S}}_1 = \frac{1}{4}\left(\vec{\mathcal{E}}_{\mathrm{T}} \wedge \vec{\mathcal{H}}_z^\star + c\right), \qquad \vec{\mathcal{S}}_2 = \frac{1}{4}\left(\vec{\mathcal{E}}_z \wedge \vec{\mathcal{H}}_{\mathrm{T}}^\star + c\right),$$

$\vec{\mathcal{E}}_{\mathrm{T}}$ et $\vec{\mathcal{H}}_{\mathrm{T}}$ étant les champs sur le plan $z = 0$.

On trouve, en faisant $\mu_i = \mu_t$,

$$\text{en } z = -0 \begin{cases} \mathcal{S}_{1x}^t = \pm \dfrac{\mathrm{Y}_t \alpha_t}{2}\,\tau_\perp \tau_\perp^*, & \mathcal{S}_{2x}^t = \pm \dfrac{\mathrm{Y}_t \alpha_t}{2}\,\tau_\parallel \tau_\parallel^*, \\ \mathcal{S}_{1y}^t = \pm j\,\dfrac{\mathrm{Y}_t \alpha_t}{4}\,\gamma_t\,(\tau_\parallel \tau_\perp^* + \tau_\parallel^* \tau_\perp), & \mathcal{S}_{2y}^t = \mathcal{S}_{1y}^t, \\ \mathcal{S}_{1z}^t = 0, & \mathcal{S}_{2z}^t = 0; \end{cases}$$

$$\text{en } z = +0 : \quad \vec{\mathcal{S}}_1^{tr} = \vec{\mathcal{S}}_1^t \quad \text{et} \quad \vec{\mathcal{S}}_2^{tr} = \frac{\mathrm{Y}_t^2}{\mathrm{Y}_i^2}\,\vec{\mathcal{S}}_2^t.$$

En portant ces valeurs dans l'expression (3) on obtient

$$\Phi_{-\infty}^{+0} = \mp \frac{k_t}{k_i^2 + k_t^2}\,\frac{\mathrm{Y}_t \alpha_t}{2}\left[\tau_\perp \tau_\perp^* + \tau_\parallel \tau_\parallel^* \frac{(k_i^2 + k_t^2)^2}{4\,k_t^4}\right]. \tag{4}$$

Rappelons que nous avions trouvé précédemment [1]

$$\Phi_{-\infty}^{-0} = \mp \frac{k_t}{k_i^2 + k_t^2}\,\frac{\mathrm{Y}_t \alpha_t}{2}\,[\tau_\perp \tau_\perp^* + \tau_\parallel \tau_\parallel^*]. \tag{5}$$

On compare facilement ces deux expressions en exprimant (4) en fonction de (5) :

$$\Phi_{-\infty}^{+0} = \left[1 + \frac{\alpha_i^2}{\alpha_t^2}\left(\frac{1 + \alpha_i^2}{4} - \frac{1}{1 + \alpha_i^2}\right)\right]\Phi_{-\infty}^{-0}.$$

Pour un angle d'incidence voisin de l'angle limite et en prenant $\alpha_l = 1/\sqrt{2}$ ($i_l = 45^o$), on obtient :

$$\Phi^{+0}_{-\infty} \simeq 0,7\,\Phi^{-0}_{-\infty}.$$

Le décalage transversal prévu par l'expression (5) est donc légèrement différent de celui obtenu par l'expression (4), cette dernière tenant compte du flux d'énergie superficiel. Une expérience est en cours de montage; elle a pour but la mise en évidence d'un décalage transversal répondant à l'une ou l'autre de ces expressions.

[*] Séance du 6 janvier 1969.

[1] CH. IMBERT, *Comptes rendus*, 267, série B, 1968, p. 1401.

[2] REMI et RENARD, *J. Opt. Soc. Amer.*, 54, 1964, p. 1190.

[3] F. GOOS et H. HÄNCHEN, *Ann. Physik*, 1, 1947, p. 333.

[4] O. COSTA DE BEAUREGARD, *Cahiers de Physique*, 18, 1964, p. 473.

[5] J. RICARD, *Comptes rendus*, 261, 1965, p. 1622; 263, série B, 1966, p. 1108, 1219 et 1308.

[6] J. PAVAGEAU, *Comptes rendus*, 263, série B, 1966, p. 276.

[7] CH. IMBERT, *Comptes rendus*, 264, série B, 1967, p. 12 et 585.

(O. C. de B. : *Institut Henri Poincaré,*
11, rue Pierre-et-Marie-Curie, 75-Paris, 5e;
C. I. : *Institut d'Optique, Faculté des Sciences,*
Bâtiment 503, 91-*Orsay, Essonne.*)