ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Sur le critère de l'intensité lumineuse dans le calcul et la mesure du décalage transversal lors de la réflexion totale d'une onde à polarisation circulaire.* Note (*) de M. **Olivier Costa de Beauregard**, présentée par M. Louis de Broglie.

Les ondes incidente i et réfléchie r sont décrites comme solutions des équations de Maxwell dans un dioptre d'indice n de la forme $U(x, y) \exp[i\omega(n\gamma z - t)]$, avec $n\sqrt{1-\gamma^2} > 1$, $\gamma < 0$ dans l'onde i, > 0 dans l'onde r; la réflexion se fait sur le plan $z = 0$. Notant G et D les modes orthogonaux tels que $G_z = E_z + i H_z = 0$ et $D_z = E_z - i H_z = 0$, on montre que les deux densités d'énergie $\mathbf{G}^*.\mathbf{G}$ et $\mathbf{D}^*.\mathbf{D}$ et les deux vecteurs de Poynting $-i\,\mathbf{G}^* \wedge \mathbf{G}/4$ et $i\,\mathbf{D}^* \wedge \mathbf{D}/4$ contiennent une partie paire et une partie impaire par l'échange $G \rightleftharpoons D$. Le décalage transversal d'Imbert peut donc s'expliquer aussi bien en termes des densités d'énergie qu'en termes des composantes du vecteur de Poynting. Mais il ne peut s'expliquer que par les grandeurs quadratiques et *pas* par les amplitudes.

Il a été quelquefois objecté aux calculs d'Imbert [1], de Ricard [2] et de nous-même [3] concernant le décalage transversal à la réflexion totale d'un faisceau lumineux, que le bon critère d'intensité du faisceau n'est pas le vecteur de Poynting **S**, mais $\mathbf{E}^*.\mathbf{E}$ ou $\mathbf{H}^*.\mathbf{H}$ (suivant que le récepteur utilise la transition dipolaire électrique ou magnétique). Afin d'examiner cette question nous calculons les trois grandeurs précédentes au sein des faisceaux incident i et réfléchi r, lors de la réflexion totale sur le plan $z = 0$ séparant le vide $z < 0$ et un dioptre $z > 0$ d'indice $n \equiv \sqrt{\varepsilon\mu}$, d'une lumière monochromatique de fréquence $\nu = \omega/2\pi$ et de fréquence spatiale m pure dans la direction z : $m \equiv n\gamma\omega = \text{Cte}$. On prend des unités telles que $c = 1$, note α, β, γ les cosinus directeurs, et pose $\alpha^2 + \beta^2 \equiv \alpha_0^2$. On a montré [3] que la condition $m = \text{Cte}$ est adaptée à la théorie du décalage d'Imbert.

Dans le dioptre les champs

$$(\mathcal{E}, \mathcal{H}) \equiv (\mathbf{E}(x, y), \mathbf{H}(x, y)\, e^{i\omega(n\gamma z - t)} \tag{1}$$

obéissent à l'équation de Helmholtz

$$(\partial_x^2 + \partial_y^2 + n^2\alpha_0^2\omega^2)(\mathbf{E}, \mathbf{H}) = 0. \tag{2}$$

$E(x, y)$ et $H(x. y)$ désignant deux scalaires solutions de (2), la solution cherchée des équations de Maxwell dans le dioptre s'écrit

$$\left\{\begin{aligned} &E_z = E(x, y), \quad E_x = \frac{i}{n^2\alpha_0^2\omega}(n\gamma\,\partial_x E + \mu\,\partial_y H), \\ &\qquad E_y = \frac{i}{n^2\alpha_0^2\omega}(n\gamma\,\partial_y E - \mu\,\partial_x H), \\ &H_z = H(x, y), \quad H_x = \frac{i}{n^2\alpha_0^2\omega}(n\gamma\,\partial_x H - \varepsilon\,\partial_y E), \\ &\qquad H_y = \frac{i}{n^2\alpha_0^2\omega}(n\gamma\,\partial_y H + \varepsilon\,\partial_x E). \end{aligned}\right. \tag{3}$$

Faisons le changement de fonctions adapté à notre problème

$$(4)\quad \begin{cases} \sqrt{2}\,\mathrm{G} = \mathrm{E} + i\,\mathrm{H}, & \sqrt{2}\,\mathrm{D} = \mathrm{E} - i\,\mathrm{H}, \\ \sqrt{2}\,\mathcal{G} = \varepsilon\,\mathrm{E} + i\,\mu\,\mathrm{H}, & \sqrt{2}\,\varpi = \varepsilon\,\mathrm{E} - i\,\mu\,\mathrm{H}, \end{cases}$$

en postulant l'orthogonalité de D et G :

$$(5)\quad \mathrm{D}^*\,\mathrm{G} = 0, \qquad \mathrm{H} = \pm\, i\,\mathrm{E}.$$

Les (4_3) et (4_4) se récrivent alors

$$(6)\quad \mathcal{G} = \zeta\,\mathrm{G}, \qquad \varpi = \zeta^*\,\mathrm{D}, \qquad \textit{avec}\quad 2\,\zeta = \varepsilon + \mu + i\,(\mu - \varepsilon)$$

et les équations (3) des champs prennent la forme

$$(7)\quad \begin{cases} \mathrm{G}_z = \mathrm{G}\,(x, y), \qquad \mathrm{G}_x = \dfrac{1}{n^2\,\alpha_0^2\,\omega}\,(in\,\gamma\,\partial_x + \zeta\,\partial_y)\,\mathrm{G}, \\ \qquad\qquad \mathrm{G}_y = \dfrac{1}{n^2\,\alpha_0^2\,\omega}\,(in\,\gamma\,\partial_y - \zeta\,\partial_x)\,\mathrm{G}, \\ \mathrm{D}_z = \mathrm{D}\,(x, y), \qquad \mathrm{D}_x = \dfrac{1}{n^2\,\alpha_0^2\,\omega}\,(in\,\gamma\,\partial_x - \zeta^*\,\partial_y)\,\mathrm{D}, \\ \qquad\qquad \mathrm{D}_y = \dfrac{1}{n^2\,\alpha_0^2\,\omega}\,(in\,\gamma\,\partial_y + \zeta^*\,\partial_x)\,\mathrm{D}. \end{cases}$$

Calculons à partir des (7) les densités d'énergie

$$(8)\quad w^{\mathrm{G}} = \mathbf{G}^*.\mathbf{G} \qquad \text{et} \qquad w^{\mathrm{D}} = \mathbf{D}^*.\mathbf{D},$$

ainsi que les vecteurs de Poynting :

$$(9)\quad \mathbf{S}^{\mathrm{G}} = -\,\frac{i}{4}\,\mathbf{G}^* \wedge \mathbf{G} \qquad \text{et} \qquad \mathbf{S}^{\mathrm{D}} = +\,\frac{i}{4}\,\mathbf{D}^* \wedge \mathbf{D}.$$

Notant que

$$(10)\quad \zeta^* + \zeta = \varepsilon + \mu, \qquad \zeta^*\,\zeta = \frac{1}{2}\,(\varepsilon^2 + \mu^2)$$

et posant

$$(11)\quad a = n^2\,\gamma^2 + \zeta^*\,\zeta, \qquad b = n\,\gamma\,(\varepsilon + \mu)$$

(où b a le signe de γ : < 0 dans l'onde i, > 0 dans l'onde r), ainsi que

$$(12)\quad (\mathrm{F}^*, \mathrm{F}) \equiv \partial_x\,\mathrm{F}^*\,\partial_x\,\mathrm{F} + \partial_y\,\mathrm{F}^*\,\partial_y\,\mathrm{F}, \qquad [\mathrm{F}^*, \mathrm{F}] \equiv \partial_x\,\mathrm{F}^*\,\partial_y\,\mathrm{F} - \partial_y\,\mathrm{F}^*\,\partial_x\,\mathrm{F};$$

il vient, le signe supérieur correspondant à $\mathrm{F} = \mathrm{G}$ et le signe inférieur à $\mathrm{F} = \mathrm{D}$,

$$(13)\quad \begin{cases} w^{\mathrm{G,D}} = \mathrm{F}^*\,\mathrm{F} + \dfrac{1}{n^4\,\alpha_0^4\,\omega^2}\,\{\,a\,(\mathrm{F}^*, \mathrm{F}) \mp ib\,[\mathrm{F}^*, \mathrm{F}]\,\}, \\ 4\,\dfrac{\gamma}{|\gamma|}\,\mathrm{S}_z^{\mathrm{G,D}} = \dfrac{1}{n^4\,\alpha_0^4\,\omega^2}\left\{\,|\,b\,|\,(\mathrm{F}^*, \mathrm{F}) \mp ia\,\dfrac{\gamma}{|\gamma|}\,[\mathrm{F}^*, \mathrm{F}]\right\}, \\ 4\,\mathrm{S}_x^{\mathrm{G,D}} = \dfrac{1}{n^2\,\alpha_0^2\,\omega}\left\{\dfrac{i}{2}\,(\varepsilon + \mu)\,\mathrm{F}^*\,[\partial_x]\,\mathrm{F} - \dfrac{1}{2}\,(\mu - \varepsilon)\,\partial_x\,(\mathrm{F}^*\,\mathrm{F}) \pm n\,\gamma\,\partial_y\,(\mathrm{F}^*\,\mathrm{F})\right\}, \\ 4\,\mathrm{S}_y^{\mathrm{G,D}} = \dfrac{1}{n^2\,\alpha_0^2\,\omega}\left\{\dfrac{i}{2}\,(\varepsilon + \mu)\,\mathrm{F}^*\,[\partial_x]\,\mathrm{F} - \dfrac{1}{2}\,(\mu - \varepsilon)\,\partial_x\,(\mathrm{F}^*\,\mathrm{F}) \mp n\,\gamma\,\partial_y\,(\mathrm{F}^*\,\mathrm{F})\right\}. \end{cases}$$

Dans les quatre expressions { } *le premier terme est pair et le second terme est impair dans l'échange* G $\rightleftharpoons$ D *et dans l'échange* $i \rightleftharpoons r$ (changement de signe de γ). Il est clair que *cette double propriété justifie l'existence du décalage transversal d'Imbert*, et celà, *quelle que soit celle des quatre grandeurs quadratiques* (13) *qu'on considère.*

Voyons enfin les formules de passage des champs à travers le plan réfléchissant $z = 0$. Dans l'onde évanescente e, les champ des modes orthogonaux correspondant aux précédents sont [3] (avec essentiellement $n \mid \alpha_0 \mid \geq 1$) :

$$(14) \quad \left\{\begin{aligned} & G_z^e = G^e(x, y), \qquad G_x^e = \frac{1}{n^2\,\alpha_0^2\,\omega}\left(\sqrt{n^2\,\alpha_0^2 - 1}\,\partial_x + \partial_y\right) G^e, \\ & \qquad\qquad G_y^e = \frac{1}{n^2\,\alpha_0^2\,\omega}\left(\sqrt{n^2\,\alpha_0^2 - 1}\,\partial_y - \partial_x\right) G^e, \\ & D_z^e = D^e(x, y), \qquad D_x^e = \frac{1}{n_2\,\alpha_0^2\,\omega}\left(\sqrt{n^2\,\alpha_0^2 - 1}\,\partial_x - \partial_y\right) D^e, \\ & \qquad\qquad D_y^e = \frac{1}{n^2\,\alpha_0^2\,\omega}\left(\sqrt{n^2\,\alpha_0^2 - 1}\,\partial_y + \partial_x\right) D^e. \end{aligned}\right.$$

Posons les conditions habituelles

$$(15) \qquad G_{x,y}^{i,r} = \frac{1}{2}(1 \pm ig)\,G_{x,y}^e, \qquad D_{x,y}^{i,r} = \frac{1}{2}(1 \pm id)\,D_{x,y}^e,$$

où le signe supérieur se réfère à l'onde incidente i et le signe inférieur à l'onde réfléchie r; elles entraînent

$$(16) \qquad G_{x,y}^i + G_{x,y}^r = G_{x,y}^e, \qquad D_{x,y}^i + D_{x,y}^r = D_{x,y}^e$$

et, par (7) et (14),

$$(17) \qquad \mathcal{G}_z^i + \mathcal{G}_z^r = G_z^e, \qquad \mathcal{D}_z^i + \mathcal{D}_z^r = D_z^e,$$

ainsi que

$$(18) \qquad g = d^* = (n \mid \gamma \mid)^{-1}\sqrt{n^2\,\alpha_0^2 - 1}\,\zeta;$$

les termes de déphasage ainsi calculés pour les modes G *et* D *sont donc complexes.*

Ces modes sont les modes polarisés circulaires gauche et droit de l'onde évanescente, mais pas exactement les modes polarisés circulaires, au sens ordinaire, des ondes incidente et réfléchie (sauf à l'incidence limite, $n \mid \alpha_0 \mid = 1$). Ils sont pourtant orthogonaux au sens plus haut défini, et tels que $H_z^{i,r} = \pm\, i\, E_z^{i,r}$. Pour cette raison nous les appellerons « polarisés circulaires ». Il résulte de ce qui précède qu'à la réflexion totale de chacun de ces modes purs il se produira le décalage transversal observé par Imbert [1] dont le signe change avec l'échange G $\rightleftharpoons$ D.

L'explication de ce décalage peut, si l'on veut, être donnée sans référence explicite au courant d'énergie dans l'onde évanescente [[1], [2] [3]], *uniquement au moyen des déphasages* (18) imposés par l'existence de l'onde évanescente. Mais [contrairement à ce qui a lieu ([4]) pour le décalage longitudinal de Goos-Hänchen] *ces déphasages ne font ici sentir leur effet que dans les expressions quadratiques* (intensités au sens large), et nullement dans les amplitudes. En d'autres termes, *le décalage transversal d'Imbert s'explique par la dissymétrie des expressions quadratiques, même lorsque la distribution des amplitudes est symétrique par rapport à un plan* $y = 0 : \mathrm{G}(x, -y) = \mathrm{G}(x, y)$ ou $\mathrm{D}(x, -y) = \mathrm{D}(x, y)$.

Il n'est pas évident sur le formalisme général précédent que la valeur calculée du décalage d'Imbert soit indépendante du critère d'intensité choisi. Mais, dans un récent calcul d'intégrales de Fourier, J. Ricard ([5]) a montré que cette indépendance est presque exactement obtenue dans le cas d'un faisceau limité issu d'une fente à bords perpendiculaires au plan réfléchissant.

(*) Séance du 18 décembre 1972.

([1]) C. Imbert, *Phys. Rev.*, 5 D, 1972, p. 787; *Nouv. Rev. d'Opt.*, 3, 1972, p. 199.
([2]) J. Ricard, *Nouv. Rev. d'Opt.*, 1, 1970, p. 273.
([3]) O. Costa de Beauregard, *Nouv. Rev. d'Opt.*, 3, 1972, p. 191.
([4]) K. Artmann, *Ann. Phys.*, 2, 1948, p. 87.
([5]) J. Ricard, *Comptes rendus*, 276, série B, 1973, p. 11.

Laboratoire de Physique Théorique associé au C. N. R. S.,
11, *rue Pierre-et-Marie-Curie,*
75005 *Paris.*