Extrait de la *Revue des Questions Scientifiques*
Ve Série, T. XV, 20 octobre 1954

La fin du conflit de la relativité et des quanta

Ce titre, si nous n'éclairions notre lanterne, risquerait d'être ambigu. L'on pourrait d'abord être tenté d'y mettre le sens très ambitieux impliqué dans les travaux actuels d'Einstein et de Schrödinger : celui d'une réconciliation essentielle de la Physique du champ, et de la Physique du point considéré comme une singularité du champ. Ce sens grandiose ne sera pas le nôtre. L'on pourrait aussi mettre dans notre titre l'idée d'une géométrisation essentielle de la physique quantique, au sens où la Relativité générale d'Einstein fournit une théorie proprement géométrique de la gravitation; cet autre sens, étroitement connexe au précédent, ne sera pas non plus le nôtre.

Dans l'exposé qui suit, Relativité signifiera tout simplement la Relativité restreinte d'Einstein-Minkowski, cette élégante géométrie quadridimensionnelle des *événements*; et Quanta signifiera tout simplement la mécanique ondulatoire, essentiellement basée sur le dualisme onde-corpuscule de L. de Broglie et sur la « complémentarité » de Heisenberg et de Bohr.

Il est bien connu que les Quanta et la Relativité, nés avec le siècle presque ensemble, sont simultanément impliqués dans la mécanique à l'échelle atomique. Là, durant 50 ans, l'histoire de leurs rapports a été fort mouvementée, et fertile en coups de théâtre. Il y a eu, par exemple l'instant central où l'on a cru, en 1925, leur réconciliation accomplie, avec la célèbre thèse de Louis de Broglie; mais, au contraire, les années suivantes ont été celles d'une très pénible tension entre Relativité et Quanta, tension dont la Physique ne s'est libérée que tout dernièrement,

avec les beaux travaux sur l'Electromagnétisme quantique de Tomonaga, Schwinger, Feynman, Dyson.

Le titre de notre exposé se réfère essentiellement à ces travaux. Nous voulons conduire une méditation d'histoire et d'épistémologie axée sur leur signification et leur portée, éclairée par tout ce qui les a précédés. Et nous pensons montrer que la solution complète du bel et excitant problème posé résidait bien, finalement, dans la philosophie essentielle à la thèse de Louis de Broglie : celle de la covariance relativiste essentielle à la propagation des ondes qu'il associait aux déplacements de points. Ce n'est pas par accident que la théorie des ondes s'est trouvée présider à la naissance aussi bien de la Relativité, qu'à celles de l'ancienne et de la nouvelle théorie des Quanta; et c'est sous son sceptre aussi que la grande réconciliation devait nécessairement se faire.

* * *

I. Brève histoire de 50 ans de physique

1900. — Max Planck résout l'énigme incluse dans le problème, vieux de 40 ans, de la thermodynamique du rayonnement. Kirchhoff (1860), Stefan (1879) et Boltzmann (1893) avaient épuisé, en plein accord avec l'expérience, l'aspect thermodynamique de la question. Mais l'essentiel, la forme même de la distribution spectrale, échappait à la théorie.

En 1900, Lord Rayleigh, appliquant en bonne et due forme la mécanique et l'électromagnétisme classiques, obtenait un résultat à la fois expérimentalement inexact et théoriquement inacceptable.

Planck, cette même année, introduisant un artifice de calcul essentiellement incompatible avec la mécanique et l'électromagnétisme classiques, obtenait le bon résultat. La *constante d'action h* de Planck, convenablement ajustée d'après l'expérience, faisait ainsi dans la science une entrée fort timide, et comme à la dérobée; mais, en peu d'années, elle allait se rendre indispensable dans les

domaines les plus divers, et s'affirmer l'une des plus essentielles *constantes universelles* de la Physique.

1905. — Einstein résout l'énigme incluse dans un problème vieux de près de 90 ans : celui de l'absence expérimentale de tout effet du soi-disant *vent d'éther*, d'abord au premier ordre (Arago, 1818), puis au second ordre (Michelson-Morley, 1887). La théorie, avec Fresnel avait riposté à l'effet négatif d'Arago par l'hypothèse et la formule dites de l'*entraînement de l'éther par les corps transparents*, puis, avec Fitzgerald et Lorentz, à l'effet négatif de Michelson par l'hypothèse dite de la *contraction des longueurs sous le vent d'éther* et par les formules du groupe de Lorentz-Poincaré.

L'argument technique ayant fait charnière entre Arago et Fresnel d'une part, Michelson et Lorentz de l'autre, était le théorème de Veltmann-Potier, d'après lequel la formule de Fresnel effaçait dans tous les cas le *vent d'éther* au premier ordre. Parallèlement, une idée philosophique se faisait jour, principalement grâce à Mascart: la Physique entière, et particulièrement l'optique, devait se soumettre au *principe de relativité* qu'avait découvert la dynamique, principe intermédiaire en somme entre le *principe de l'espace absolu* postulé par le sens commun, et le *principe du mouvement relatif* bien connu des débutants en cinématique. Il va de soi que si cette idée réussissait à prendre corps, l'éther n'avait plus qu'à disparaître.

Mais le geste qui porterait la coupe aux lèvres n'était pas accompli. Ce fut Einstein qui sut voir la grande loi naturelle impliquée dans les formules de Lorentz-Poincaré aussi bien que dans celle de Fresnel : celle d'une transformation partielle réciproque des intervalles de temps et d'espace l'un en l'autre lors d'un changement de repère galiléen, avec pour *coefficient d'équivalence* la constante c mesurant la vitesse de la lumière dans le vide. Du coup, la *constante universelle* c prenait son vrai visage et toute son importance. Elle aussi allait faire son apparition dans un nombre immense de formules.

L'optique du vide, avec Einstein, se posait en régente de la cinématique abstraite, jusqu'alors réclamée par la mécanique comme son bien propre. Raisonnant essentiellement sur des longueurs — les longueurs d'onde — sur des temps — les périodes — sur des nombres purs — les phases — elle s'identifiait pour ainsi dire à la cinématique. Nécessairement, la constante c devait apparaître, par l'incidence de la cinématique, dans les formules de la dynamique, en sorte que, dès avant les travaux de L. de Broglie, on peut dire que l'optique soumettait la mécanique à certaines de ses lois.

1905. — Einstein résout l'énigme de l'effet photoélectrique de Hertz (1887) en complétant les hypothèses initiales de Planck par la notion de *grain de lumière* ou *photon*, de masse propre nulle, de vitesse c, d'énergie $h\nu$. Promulguée sur un cas particulier limite, cette essentielle alliance de la dynamique et de l'optique n'allait être élucidée que par L. de Broglie.

1908. — Définissant son célèbre *Univers* quadridimensionnel, Minkowski donne à la Relativité son véritable et définitif statut : celui d'une géométrie à quatre dimensions formant le cadre général des phénomènes, comme la géométrie d'Euclide l'avait fait jusque là. Il va sans dire que cette *vision sans évolution* de toute l'histoire des événements s'inscrivait dans la droite ligne de la mécanique de Newton et de Laplace.

1912. — Bohr, appliquant à la mécanique des électrons atomiques les hypothèses quantiques de Planck et d'Einstein, rend compte des formules expérimentales des spectres de Balmer et de Ritz, et dénoue l'énigme qui résultait de l'application à ces questions de la mécanique et de l'électromagnétisme classiques.

A voir rétrospectivement les choses, les formules fondamentales des Quanta nous semblent être beaucoup moins cachées dans le problème de la spectroscopie atomique que dans celui de la spectroscopie thermodynamique. C'est donc par une sorte d'accident historique que la thermodynamique s'était trouvée présider à la naissance des Quanta; celle-ci n'impliquait essentiellement

que la mécanique et l'électromagnétisme — tout comme, de son côté, la Relativité.

1913. — Première explication de la *structure fine* des spectres atomiques grâce à la Relativité. La théorie de Sommerfeld est le premier exemple d'une mécanique à la fois quantique et relativiste pour le point matériel de masse propre non nulle. Malgré les objections graves apparues par la suite, cette première alliance de la Relativité et des Quanta se traduisait par un succès retentissant.

1924-1925. — Bose et Einstein fondent la statistique quantique des particules indiscernables sans exclusion, valable notamment pour les photons. La thermodynamique du gaz des photons établie sur cette base conduit directement à la formule de Planck.

1924. — Pauli formule pour l'électron son *principe d'exclusion*, qui éclaire rétroactivement les lois spectrales de Moseley et de Stoner.

1925. — Uhlenbeck et Goudsmit légalisent l'hypothèse du 4me nombre quantique par leur hypothèse de l'*électron tournant* doué d'un moment cinétique et d'un moment magnétique propres. Mais — signal d'alarme — le rapport des moments était double de ce que prévoyait la théorie classique. L'idée de l'*électron à spin* d'Uhlenbeck et Goudsmit, utile assurément, allait rejoindre tout le bric-à-brac de règles variées que commençait à devenir l'*ancienne théorie des Quanta*.

1925. — Publication de la *mécanique ondulatoire* de L. de Broglie. C'était le trait de lumière attendu. Une claire et profonde méditation de philosophie naturelle, continuant la Relativité d'Einstein en ce sens qu'après la cinématique elle soumettait effectivement la dynamique à la science des ondes; explicitant aussi tout ce que recélaient les découvertes quantiques de Planck, Einstein et Bohr : les niveaux discrets d'énergie stationnaire, en particulier, n'étaient autres que des fréquences de résonance. Il n'était pas jusqu'au rôle central en Physique de l'optique qui ne reçût *a posteriori* une signification nouvelle : c'était le rôle

privilégié de la dynamique du point de masse propre évanescente et qui, de ce fait, se sublime à l'état de pure cinématique.

Par son identification de la notion optique de *phase* avec la notion mécanique d'*action*, des surfaces d'onde avec les surfaces de Jacobi, des rayons avec les trajectoires virtuelles de points, de la quadri-fréquence avec l'impulsion-énergie, du principe d'extremum de Fermat avec celui de Maupertuis, la *mécanique ondulatoire* lançait un de ces ponts de grand style qui sont la fierté, pour les siècles, de la Physique théorique.

Essentiellement bâtie autour des constantes h et c, elle reste le prototype de toute synthèse à la base des théories de la Relativité et des Quanta. C'est son inspiration qu'il faut à tout prix rechercher dans une réflexion visant à rétablir la pleine harmonie entre les formalismes relativiste et quantique.

1925 aussi. — Heisenberg, Born et Jordan fondent la théorie matricielle de la mécanique quantique. Avec eux, la théorie des Quanta conquérait l'un de ses plus puissants et décisifs outils. Malheureusement, contrairement à celui de L. de Broglie, tout ce beau travail laissait échapper la Relativité. L'on revenait *en un sens* à un stade newtonien de la mécanique, car le temps jouait le rôle d'un paramètre d'évolution absolu.

1926. — Série des mémoires fondamentaux de Schrödinger, où la mécanique quantique est basée sur la théorie des valeurs propres des équations aux dérivées partielles, et sur les idées de L. de Broglie. Dans l'un de ses articles, Schrödinger démontre l'équivalence entre sa théorie et celle de Heisenberg. La théorie des Quanta acquérait avec Schrödinger ses autres algorithmes fondamentaux, et principalement la *fonction d'onde* ψ, essentiellement complexe.

De la conjonction des magnifiques travaux de Heisenberg et de Schrödinger date la naissance de la *nouvelle théorie des Quanta*, au formalisme de laquelle de nombreux mathématiciens et physiciens contribuèrent ensuite.

Mais une ombre sévère planait sur tout le tableau : inspirée

pourtant de la thèse de L. de Broglie, la théorie de Schrödinger laissait, comme celle de Heisenberg, échapper la Relativité. Ce défaut grave, cristallisé dès l'origine en un formalisme mathématico-physique assurément très beau, mais trop tôt dogmatique, allait causer durant près de 25 ans l'insupportable *conflit de la Relativité et des Quanta*. La *nouvelle théorie des Quanta* était venue au monde avec une malformation congénitale !

1926 encore. — Fermi et Dirac créent indépendamment la statistique des particules indiscernables avec exclusion, basée sur le principe de Pauli.

1927. — Publication des *relations d'incertitude* de Heisenberg, déduites une première fois du formalisme quantique abstrait, puis, autrement, de la dualité onde-corpuscule de L. de Broglie et de la théorie de la diffraction de Fresnel. Acquisition majeure de la philosophie naturelle, ces relations se trouvent être un élément essentiel de la méditation que nous projetons.

1927-1928. — Dirac et Fock créent l'importante technique de la *superquantification* de l'onde des particules obéissant à la statistique de Bose-Einstein, dites aujourd'hui *bosons*.

Wigner et Jordan les imitent pour les particules obéissant à la statistique de Fermi-Dirac, ou *fermions*.

C'est dans la théorie quantique des champs que ces ingénieux algorithmes allaient, les années suivantes, trouver leur vaste domaine d'action. Il devait s'avérer, et nous en verrons plus loin les raisons, qu'il n'y a pas de réconciliation possible de la Relativité et des Quanta sans superquantification.

1928. — Théorie de l'électron de Dirac. La lecture du mémoire dans lequel Dirac obtient les équations de la particule de moment cinétique propre $h/4\pi$, et de moment magnétique propre égal à un magnéton de Bohr, laisse l'impression d'un tour de prestidigitation. C'est le type même d'une intuition basée sur des arguments non tous nécessaires, puisque l'un d'entre eux allait être répudié par la théorie des particules de spin plus élevé.

Dans ce vrai mécanisme d'horlogerie qu'est la théorie de

Dirac, plusieurs des plus importants secrets de la philosophie naturelle étaient révélés — ou cachés. Tout d'abord l'existence, absolument insoupçonnée jusque là, d'une liaison entre la représentation quantique du *spin* et le respect de la covariance relativiste, et, sous l'aspect mathématique du problème, l'apparition d'un nouvel être géométrique à 4 composantes, le *semi-vecteur* ou *spineur* qu'est devenu le ψ complexe. Avec ces nouveaux éléments, et avec la toute récente *superquantification*, la mécanique ondulatoire allait enfin pouvoir intégrer toutes les hypothèses dont l'expérience avait fait reconnaître la nécessité — et aussi, quelques années après, réconcilier à la base les formalismes relativiste et quantique.

Le plus urgent des problèmes posés était celui de l'interprétation des *ondes à énergie négative*, qui figuraient obligatoirement dans le développement de Fourier du ψ. Invoquant le principe thermodynamique de la dissipation de l'énergie cinétique, et le principe de Pauli d'après lequel tout état de l'électron est occupé au plus une fois, Dirac admet que les états à énergie négative sont normalement tous occupés, et inobservables. Si une énergie suffisante est fournie à l'un des électrons de cet *océan* des énergies négatives, il passera dans un état à énergie positive, laissant en outre une *lacune* dans l'océan. Le calcul montre que cette *lacune* se comporte comme un électron à énergie et charge positives, de sorte que la possibilité de *création d'une paire* de particules similaires, mais de charges opposées, se trouve prédite. Or — miracle qu'on osait à peine espérer — l'objet plutôt rare que devait être le positon apparut aux regards en 1932 dans la chambre de Wilson d'Anderson.

Si brillante et efficace qu'elle fût, la théorie de l'*océan* et des *lacunes* présentait deux graves défauts. D'abord, une dissymétrie fort inesthétique entre les interprétations des énergies positives et négatives. Soit dit en passant, le grand théoricien avait aussi fait bon marché, à la base de sa théorie, de la symétrie relativiste entre espace et temps, qui fut très vite rétablie par

Von Neumann et Gordon. L'autre défaut, corollaire du précédent, de la théorie des lacunes, était l'introduction délibérée d'une entité inobservable, l'*océan*, certainement aussi *métaphysique* que cet *éther* dont Fresnel et Lorentz affirmaient l'existence, tout en supprimant par leurs formules toutes ses manifestations. Et que dire alors du cas des *bosons* où, le principe d'exclusion ne jouant plus, chaque état à énergie négative devrait être normalement occupé une infinité de fois !

Quoi qu'il en soit, deux connexions importantes étaient suggérées par la théorie de l'*océan* et des *lacunes* : celle avec le problème d'un retournement du sens de parcours de la dimension temporelle de l'Univers, et celle avec un usage essentiel des statistiques quantiques. Ces deux traits se retrouveront à leur manière dans la théorie symétrique de Feynman, avec cette différence qu'aucune idée thermodynamique ne sera invoquée, et que la disparité des populations d'électrons et de positons devient pour Feynman un pur accident, une *donnée de l'Univers*.

Le second grand problème impliqué dans la théorie de l'électron de Dirac avait un aspect physique et un aspect mathématique. Sous l'aspect physique, c'était le problème de la représentation des particules de spin multiple de $h/4\pi$ connues expérimentalement. M.L. de Broglie fut ici le pionnier, avec sa théorie du *photon* de spin $h/2\pi$ obtenu par fusion de deux demi-photons de spin $h/4\pi$, et par le procédé mathématique de la fusion des matrices. Sous son aspect mathématique, le problème était celui des représentations irréductibles du groupe de Lorentz en termes de spineurs. Un nombre immense de travaux a été publié sur ces deux sujets, se recouvrant en grande partie, et une synthèse serait aujourd'hui la très-bienvenue.

Une question connexe aux précédentes est celle de la statistique suivie par les particules à spin. Il devint bientôt certain que les particules de spin demi-entier (en unités $h/2\pi$) sont des *fermions*, et les particules de spin entier des *bosons*. Ce fait peut être justifié théoriquement de plusieurs manières; par exemple

sur la base de l'idée de *fusion* de M. L. de Broglie, ou bien sur celle des symétries de réflexion des spineurs.

Le troisième grand problème, enfin, qui nous touche de fort près, résultait de l'association fort paradoxale d'une équation covariante relativiste — celle de Dirac — avec un formalisme d'interprétation tout à fait dissymétrique entre espace et temps — celui de Heisenberg-Schrödinger. Le fait, malgré tout, que la théorie ainsi conduite réussisse, en toutes circonstances, à « retomber sur ses pattes », après les cabrioles d'usage, prouvait bien, à qui voulait l'entendre, l'absence effective de conflit entre la Relativité et les Quanta dans la Nature.

Il n'en reste pas moins que la théorie allait devoir supporter vingt ans encore cet état de choses éminemment désagréable. La tête de Méduse n'allait être tranchée qu'avec la restitution d'une autre symétrie, celle entre l'interprétation des énergies positives et négatives.

Mais, en 1928, on n'était pas si difficile. La quantification, par Darwin, de l'atome d'Hydrogène selon la théorie de Dirac fut un triomphe : tout le spectre était en place, structure fine comprise, et sans les objections qu'il avait fallu faire à la théorie de Sommerfeld. L'on rendait compte aussi, pour la première fois, de l'effet Zeeman *anormal* et des règles de Landé. La clé de ces difficiles problèmes était donc bien l'introduction, à côté des Quanta, de la Relativité comme l'avait voulu Sommerfeld, et du spin comme l'avaient voulu Uhlenbeck et Goudsmit. Une fois de plus, l'alliance de la Relativité et des Quanta était synonyme de succès.

1928-1947 sont les années du laborieux développement de la *théorie quantique des champs*. Ses raisonnements et ses calculs, lourds et compliqués, emploient le formalisme hamiltonien de Heisenberg-Schrödinger et la méthode de la variation des constantes de Dirac; la dissymétrie relativiste du formalisme y apparaît dans toute sa laideur. Pour n'en citer qu'un exemple, cette théorie considère que, dans la transition élémentaire, il y a conservation de l'impulsion, mais non de l'énergie, et que c'est seulement la totalité du processus virtuel qui rétablit la conservation de l'énergie.

Quelques pierres d'attente pour un formalisme meilleur réussissaient pourtant à s'intégrer dans la théorie, comme les formules covariantes de non-commutation des champs superquantifiés, ou la théorie multitemporelle de Dirac, Fock et Podolsky. Mais, dans ce dernier cas, les auteurs prenaient si peu au sérieux la direction indiquée par le calcul, qu'ils rétablissaient à la fin la simultanéité à distance.

Naturellement, l'hamiltonien d'interaction qui convient au cas de l'électromagnétisme n'est pas le seul qu'on puisse envisager. Toute une controverse a lieu touchant la forme d'interaction qui convient, dans le noyau atomique, entre nucléon et méson. Question importante, certes, mais autrement moins redoutable que l'autre qui surgit. Le coefficient de couplage sans dimension méson-nucléon n'est plus du tout un nombre petit, comme en électromagnétisme; le principe même d'une méthode de perturbations devient de ce chef illicite, mais on ne sait guère, à l'heure qu'il est, ce qu'il faudrait envisager à la place. Si l'on note que la notion même d'*interaction forte* rend sujette à caution celle de *constituants* d'un *système*, on admettra la difficulté du problème. Peut-être faudra-t-il, pour le résoudre, un formalisme mathématique tout à fait nouveau, dont l'actuel serait un cas asymptotique...

Mais revenons au champ électromagnétique. Parmi les effets du second ordre dont on écrit aisément les éléments de matrice, il y a l'émission-absorption d'un photon par un même électron, et aussi la création-annihilation d'une paire électron-positon par un même photon. Ce sont là les premiers termes significatifs, respectivement, de l'effet de self-énergie de l'électron, bien connu de la théorie classique, et d'un effet nouveau de self-énergie du photon, qui s'interprète aussi comme une self-charge de l'électron. Il n'est pas surprenant que les intégrales correspondantes soient

divergentes, puisque, déjà en théorie classique, la self-énergie d'une charge ponctuelle est infinie. Par une chance assez inespérée, la divergence de la self-énergie quantique de l'électron est bien moins sévère que la classique, grâce en soit rendue aux ondes à énergie négative ! L'on a beaucoup épilogué sur ces divergences, et sur la manière de les supprimer. Mais ces effets, et d'autres semblables d'ordre plus élevé, seraient restés académiques, si l'expérience n'avait tout à coup fourni du nouveau.

1933. — Heisenberg propose son formalisme covariant relativiste de la *matrice* S. Il se retrouvera dans la *représentation d'interaction* de Tomonaga-Schwinger-Dyson-Feynman, où il prendra toute sa signification.

1946. — A l'insu du monde occidental, le théoricien japonais Tomonaga formule en termes covariants la théorie quantique des champs. Par une généralisation à une infinité de paramètres de la théorie multitemporelle de Dirac-Fock-Podolsky, il remplace le paramètre temps par une hypersurface σ du genre espace continûment variable, analogue à celle dont l'emploi était classique en Relativité non quantique. La fonction de répartition des nombres d'occupation, ou *vecteur d'état*, est définie comme une fonctionnelle de σ.

1947-1948. — Nouvelle révolution en analyse spectrale. Des mesures de précision, par la technique hertzienne, des basses fréquences de transition de la structure fine de l'Hydrogène, du Deutérium et de l'Hélium ionisé, révèlent de légères inexactitudes dans la prévision théorique de certains niveaux d'énergie. Par exemple, Lamb et Retherford trouvent un petit décalage entre les niveaux $2s^{1/2}$ et $2p^{1/2}$ de l'Hydrogène, jusque là déclarés identiques par la théorie. Simultanément des études du même genre sur les structures de l'Hydrogène et du Deutérium, ainsi que des déterminations du facteur g de Landé pour divers états du Gallium et du Sodium, révélaient une légère anomalie dans le moment magnétique propre de l'électron.

Etaient-ce là des fissures dans la délicate architecture de

la théorie de Dirac ? Nullement, car elle allait au contraire triompher brillamment de l'épreuve, avec la théorie quantique des champs dont elle était partie intégrante.

Plusieurs théoriciens virent aussitôt dans ces phénomènes des manifestations expérimentales des effets de self-énergie et de self-charge de l'électron plongé dans le champ atomique. Quelques recherches d'avant-garde avaient déjà indiqué cette direction, mais faute probablement de l'appui expérimental encourageant la poursuite d'aussi rébarbatifs calculs, « en étaient restées là ». Outre la nécessité de manier de manière homogène les intégrales divergentes dans les termes à comparer, il y avait celle d'aboutir avec les bonnes variances relativistes; car, fussent-elles divergentes, la self-énergie et la self-charge n'en devaient pas moins avoir variances d'énergie et de charge ! Or, rien n'était moins sûr à la fin des calculs basés sur le formalisme hamiltonien. Malgré celà, Bethe, et French-Weisskopf, produisirent des formules expérimentalement satisfaisantes.

C'est l'heure où de jeunes chercheurs pensèrent qu'il fallait « prendre le taureau par les cornes », et que, si l'on ne voyait pas encore le moyen d'éviter les intégrales divergentes, au moins pouvait-on s'assigner la tâche de formuler la théorie quantique des champs en termes *manifestement covariants* relativistes.

1948. — Schwinger retrouve indépendamment, par un autre raisonnement, les formules de base de Tomonaga, et donne à la théorie une très grande extension. Il précise les rapports entre la nouvelle *représentation d'interaction* covariante, et la *représentation de Heisenberg* de la théorie superquantifiée, également covariante, où le vecteur d'état est invariable.

1949. — Dyson démontre l'équivalence entre le formalisme de Tomonaga-Schwinger et le formalisme, encore inédit, de Feynman.

1949. — Publication des mémoires fondamentaux de Feynman. Les instruments techniques de Feynman sont la théorie des équations intégrales et l'usage des « fonctions de Green » de

l'optique; l'une de ses idées directrices au point de vue physique est de considérer la particule à énergie négative comme se propageant, dans l'Univers, vers les temps décroissants. Plus question de l'*océan* ni des *lacunes* : la représentation est complètement symétrique entre avenir et passé, entre énergies positives et négatives. Comme chez Tomonaga-Schwinger, le formalisme se développe essentiellement dans l'espace-temps de Minkowski.

Comment peut-il être question d'*évolution* dans ces conditions ? C'est là un cadeau agréable de la *représentation d'interaction*, qui n'existe pas avec la *représentation de Heisenberg*. L'interaction est supposée suspendue loin dans le passé et le futur du domaine où elle s'exerce, et elle est supposée induire des transitions entre états séparés des champs qu'elle met en rapport. De plus, considérant maintenant les états séparés de ces champs, il faut admettre que le temps où commence ou bien finit l'interaction est respectivement situé infiniment loin dans le futur ou dans le passé. Si l'on aime un langage imagé, disons que la *représentation d'interaction* est une théorie de la substitution kaléidoscopique d'un Univers de Minkowski à un autre Univers de Minkowski, un peu comme ces rouleaux situés à l'avant des autobus et où l'on fait apparaître le nom de l'étape en cours. L'Univers de Minkowski, lui aussi, est conçu comme un palimpseste qu'on peut dérouler dans les deux sens, afin de faire apparaître à la vue les moments saillants du cours des événements. La *représentation d'interaction* fournit une technique, covariante relativiste, pour découper l'histoire en chapitres séparés. Ses formules sont d'ailleurs complètement symétriques entre avenir et passé, et fournissent indifféremment une probabilité de prédiction à partir d'un état initial, ou une probabilité de rétrodiction à partir d'un état final.

La superquantification est essentielle en tout ceci. A vrai dire, Feynman l'a remplacée dans ses écrits par le principe d'exclusion pour l'électron, des clauses de style appropriées, et des considérations de symétrie ou d'antisymétrie.

C'est un grand plaisir, vraiment, de voir la théorie de Feynman calculer d'un seul coup, en une ligne, directement sous forme covariante, et directement sous la forme qui tient compte des créations et annihilations de paires, les éléments de matrice que la méthode hamiltonienne calculait si laborieusement en plusieurs pages. Comme toujours, l'esthétique et la simplicité vont de pair. Soit dit incidemment, le corpuscule virtuel de Schwinger-Feynman est émis ou absorbé avec conservation des quatre composantes de l'impulsion-énergie. Comme il faut bien que la nouvelle liaison introduite soit compensée par la disparition d'une liaison antérieurement admise, ce *corpuscule virtuel* n'est plus astreint à avoir une *longueur* déterminée pour son impulsion-énergie; de fait, la loi de conservation peut lui imposer d'être du genre espace aussi bien que du genre temps.

Mais il y a plus remarquable encore. Tomonaga, Schwinger, Feynman et leurs émules ont su calculer avec sécurité les effets de self-énergie et de self-charge de l'électron dans le champ ambiant. Nous n'irons pas jusqu'à dire, cette fois, que les calculs sont courts, ni faciles ! Ils sont, en fait, fort délicats et subtils. Mais l'accord avec l'expérience des premiers termes significatifs du développement est aussi bon qu'on pouvait l'espérer. L'on jugera de la valeur de ce résultat si l'on note l'extrême petitesse relative des effets considérés, et la très bonne approximation avec laquelle ils sont justifiés.

1949. — Systématisant ces dernières idées, Dyson introduit la notion de *théorie renormalisable*, définie comme une théorie où les séries d'intégrales divergentes peuvent être séparées, et leur « sommes » incorporées aux valeurs des constantes physiquement mesurables, de telle sorte qu'une fois ceci accompli, aucune divergence nouvelle ne puisse apparaître dans le calcul d'un élément de matrice. L'électromagnétisme quantique se trouve être une théorie renormalisable. La théorie du couplage pseudo-scalaire entre nucléon et méson pseudo-scalaire en est une autre, et c'est l'une des raisons de la faveur actuelle de cette théorie du noyau.

Le fait d'être *renormalisable*, au sens de Dyson, tend à devenir un critère de validité possible pour une théorie.

Ceci dit, il est certain qu'une théorie vraiment satisfaisante ne devrait pas contenir de divergences du tout, ni même probablement de distinction entre terme *a priori* des constantes, et terme dû aux effets de self-induction quantique. Mais ces difficiles problèmes ne sont pas du tout ceux dont nous voulons parler.

Le point intéressant pour nous est que c'est la restitution de la covariance relativiste dans le formalisme quantique qui, seule, a permis de définir convenablement la notion de *renormalisation*, et de fournir une explication de l'effet Lamb-Retherford et du moment magnétique anormal de l'électron, avec le signe et l'ordre de grandeur convenables. Comme au temps de la théorie de l'effet photoélectrique par Einstein, comme au temps de la première et de la seconde théories de la structure fine, par Sommerfeld, et par Dirac et Darwin, l'alliance de la Relativité et des Quanta fut, en analyse spectrale, une fois de plus, synonyme de succès.

Comme nous l'avons dit, la synthèse des idées relativistes et quantiques en théories de Tomonaga-Schwinger et de Feynman est totale et parfaite. Mais il se trouve qu'en accomplissant ces brillantes synthèses on a court-circuité, en quelque sorte, un certain nombre de questions qu'on se poserait à bon droit à un niveau plus élémentaire; en particulier, les commentaires des auteurs précités ne contiennent pas explicitement la réponse qu'il faut faire à un certain nombre d'objections importantes que M. L. de Broglie avait opposées, notamment à la fin de son beau livre sur l'électron de Dirac, à toute idée de réconciliation à la base des formalismes relativiste et quantique.

Or, ainsi que nous le montrerons à la fin des considérations que nous avons maintenant en vue, cette réponse existe, et il suffit de la faire apparaître. Auparavant, nous devons demander à l'auditeur de faire abstraction de sa connaissance des niveaux supérieurs de la théorie quantique des champs, et de retrouver

la mentalité qu'on pouvait avoir vers 1928, juste après les méditations fondamentales de L. de Broglie, de Schrödinger, de Heisenberg, de Born, de Bohr sur la mécanique ondulatoire, juste après la découverte des deux statistiques quantiques, et juste après le formalisme de l'électron de Dirac. Nous voulons montrer qu'une réflexion bien conduite à cette époque aurait pu éviter complètement le conflit de la Relativité et des Quanta.

II. Un peu d'épistémologie

Supposons que la Nature, interrogée dans deux domaines distincts, ait exigé pour être comprise, d'un côté la théorie de la Relativité, de l'autre celle des Quanta. Le postulat de la cohérence des lois aurait alors affirmé la possibilité d'une théorie synthétique, conduisant peut-être ses approximations de manières différentes dans l'un et l'autre domaines, et aboutissant ainsi d'une part au formalisme relativiste, de l'autre au formalisme quantique. Mais la situation de fait était plus catégorique encore : *la Nature exigeait, pour être comprise, la Relativité et les Quanta à la fois, dans un même domaine, celui de la mécanique atomique.* Du coup, c'est le postulat de l'harmonie de la Nature qui entre en jeu, pour affirmer la possibilité d'une théorie *harmonieusement* quantique et relativiste à la fois.

Si la théorie qu'on avait constitué réussissait, mais au prix d'accommodements extrêmement agaçants pour l'une et l'autre parties, c'est certainement qu'une maladresse essentielle avait été commise. Où et quand elle avait été commise était facile à voir : c'était dans l'érection en règles dogmatiques des conséquences du formalisme quantique non-relativiste de Heisenberg-Schrödinger. Bien sûr, toute une immense partie de la philosophie naturelle portée par ce formalisme était un acquis positif, et qui devrait se retrouver dans la théorie définitive. Mais il importait absolument d'éliminer tout ce qui, dans ce corps de doctrines, violait les principes de la symétrie relativiste de Minkowski :

le temps-paramètre s'opposant aux coordonnées d'espace-opérateurs, l'énergie représentée par l'hamiltonien et non par l'opérateur $i\partial/\partial t$, les intégrations des définitions fondamentales faites sur tout l'espace à temps constant, le rôle à part de la 4me relation d'incertitude, etc...

Comment séparer l'ivraie du bon grain ? Une seule et unique ligne de conduite pour celà : oublier provisoirement le formalisme quantique, qui s'était mis à dogmatiser trop tôt, et revenir aux raisonnements inductifs qui avaient permis de fonder la Relativité restreinte et son formalisme, la théorie des Quanta et son formalisme. L'une des règles générales, et bien facile à justifier, de l'épistémologie, est que tout raisonnement inductif permettant de préciser les nouveaux modes de pensée exigés par une vue synthétique nouvelle, se fait sur des *expériences de pensée*. Il ne s'agit aucunement, dans le cas particulier, d'intégrer des faits expérimentaux nouveaux : ceux-ci sont acquis, et bien compris par l'ensemble des deux théories existantes, Relativité et Quanta, d'une manière efficace quoiqu'inélégante. Il s'agit au contraire de faire apparaître les faits connus dans une lumière nouvelle, et telle que l'*harmonie de fait* de la Relativité et des Quanta soit manifestée dans ce qu'elle a de plus essentiel.

Quel ordre de phénomènes faut-il interroger pour celà ? Ici encore, la voie est toute tracée. C'est l'optique, dans son comportement de fait, qui a révélé à Einstein les lois fondamentales, jusque là cachées, de la cinématique. C'est la micro-optique qui a révélé à Planck, Einstein, Bohr les secrets insoupçonnés de la micro-mécanique. Et c'est encore l'optique qui a révélé à L. de Broglie et à Heisenberg les lois fondamentales, jusque là cachées, de la dynamique à l'échelle du quantum d'action. Supposer que l'optique se soit affirmée la reine de l'une et l'autre des deux grandes théories synthétiques du XXme siècle, et contester qu'elle puisse les réunir harmonieusement sous son sceptre, serait vraiment une gageure. Telle est la figure précise que prend pour nous le postulat de l'harmonie de la Nature, précédemment invoqué.

En bref, ce que nous avons à faire pour réconcilier à la base les formalismes relativiste et quantique, est d'imaginer une « expérience de pensée » d'optique mettant en jeu, de manière symétrique, les variables d'espace et de temps, et donnant ainsi l'occasion de s'exprimer à cette symétrie formelle entre espace et temps, qui est si manifeste sur les formules élémentaires de la théorie des ondes.

Mais, avant d'exécuter ce programme, un préambule technique est nécessaire. L'instrument fondamental de l'optique ondulatoire est la théorie des intégrales de Fourier. Puisque nous voulons traiter l'optique ondulatoire de manière covariante relativiste, la première chose à faire est d'avoir une théorie covariante relativiste des intégrales de Fourier.

III. — Transformations de Fourier covariantes relativistes

Le rôle très important que joue la transformation de Fourier à la base de la « nouvelle théorie des Quanta » issue des travaux de Heisenberg et de Schrödinger est bien connu; faisant intervenir d'une part les coordonnées spatiales, de l'autre les « nombres d'ondes » ou, ce qui revient au même aux termes de la Mécanique ondulatoire de L. de Broglie, les composantes de l'impulsion du corpuscule associé à l'onde (toutes grandeurs fondamentales), la théorie des intégrales de Fourier a fourni à la Physique l'illustration et le prototype de la théorie générale des fonctions orthogonales et des opérateurs hermitiens dont le rôle est essentiel en théorie des Quanta. L'on ne s'étonnera pas, dans ces conditions, de nous voir assigner à une théorie covariante relativiste des intégrales de Fourier la tâche de manifester d'une manière basique et péremptoire la réconciliation des formalismes de la Relativité restreinte et de la théorie des Quanta.

Ce formalisme covariant des intégrales de Fourier se présente de manières notablement différentes suivant qu'on considère les solutions de l'équation d'onde covariante de la particule libre, ou celles de la particule plongée dans un champ donné, obéissant naturellement à ses propres équations : dans le premier cas, l'on a affaire à des intégrales triples curvilignes, étendues à des hypersurfaces du genre espace de l'espace-temps ou de l'espace d'impulsion-énergie; dans le second cas, ce sont des intégrales quadruples qui apparaissent. Dans son beau mémoire « Quantum Electrodynamics, a covariant formulation » [14], Schwinger a mis en évi-

dence le fait que lorsque l'interaction entre deux champs peut être décrite en termes d'une théorie des perturbations, il est toujours possible de passer de l'une à l'autre des deux représentations précédentes : en *représentation covariante d'interaction*, dont la théorie est due indépendamment à Tomonaga [15] et à lui-même [14], chacun des champs obéit à ses équations covariantes de particule libre, et l'interaction provoque des transitions entre états orthogonaux de ces champs libres, c'est-à-dire des variations des nombres d'occupation de ces états; au contraire, en *représentation superquantifiée de Heisenberg*, la fonction de répartition et les nombres d'occupation sont invariables, mais chacun des deux champs obéit aux équations de la particule plongée dans l'autre champ. Outre son intérêt propre, cette théorie de Schwinger [14] a deux mérites qui intéressent fort notre sujet, et sur lesquels nous aurons à revenir : d'une part, elle montre clairement la réponse qu'il convient d'apporter à certaines objections *a priori* qu'avait faites M. L. de Broglie [4] à toute idée de réconciliation à la base des formalismes relativiste et quantique; d'autre part, elle met en forte lumière l'intervention nécessaire des idées de la *superquantification*, dès qu'il s'agit de la réconciliation au plan épistémologique des conceptions relativistes et quantiques. Mettant provisoirement de côté ces deux points très importants, nous allons ici résumer brièvement la théorie covariante relativiste des intégrales de Fourier, que nous avons exposée plus en détail ailleurs [8, 9], et dont nous avons emprunté l'idée initiale à Marcel Riesz [13].

1. *Particule libre de spin non spécifié obéissant à l'équation du second ordre de Gordon.*

La transformation de Fourier directe, donnant en tout instant-point x ($x_4 = ict$) la fonction d'onde $\psi(x)$ en superposition d'ondes planes monochromatiques sera ($\lambda, \mu, \nu, \rho = 1, 2, 3, 4$)

$$(1) \qquad (2\pi)^{3/2}\ \psi(x) = \iiint_{\mathfrak{H}} e^{ik^{\mu}x_{\mu}}\, \zeta(k)\ \delta v\ ;$$

$\mathcal{H}$ désigne l'hyperboloïde à deux nappes (énergies ou fréquences positives et négatives) ayant, dans le 4-espace des fréquences, l'équation

$$(2) \qquad k_\lambda k^\lambda + k_0^2 = 0, \text{ avec } k_\lambda = \frac{2\pi}{h} p_\lambda, k_0 = \frac{2\pi}{h} c\, m_0 ;$$

δv désigne le module de l'élément d'aire tridimensionnelle sur $\mathcal{H}$.

L'on montre alors que la transformation de Fourier covariante relativiste inverse de la précédente est

$$(3) \qquad (2\pi^{3/2})\, \zeta(k) = \frac{i}{2k_0} \iiint_{\mathcal{E}} \delta u_\lambda\, \varepsilon(k) e^{-ik^\mu x_\mu} (ik^\lambda + \partial^\lambda) \psi(x),$$

où $\mathcal{E}$ désigne une hypersurface *quelconque* du genre espace dans l'espace-temps, $i\delta u_\lambda$ le quadrivecteur élément d'aire tridimensionnelle sur $\mathcal{E}$, et $\varepsilon(k)$ le classique commutateur de signe, valant $+1$ sur la nappe $\mathcal{H}_+$ des énergies positives, et -1 sur la nappe $\mathcal{H}_-$ des énergies négatives. L'on vérifie qu'en vertu même de l'équation de Gordon le $\zeta(k)$ de (3) est bien indépendant de $\mathcal{E}$. Quant au fait que la dérivée normale du ψ relativement à $\mathcal{E}$ figure dans la formule (3), il est caractéristique de l'emploi de l'équation du second ordre de Gordon.

En théorie des Quanta, les fonctions d'onde sont essentiellement des fonctions de carré sommable. La définition de la norme de ces fonctions, celle aussi de leur orthogonalité deux à deux, implique une « égalité de Parseval »; dans la présente théorie, celle-ci prend la forme covariante

$$(4) \qquad -\frac{i}{2k_0} \iiint_{\mathcal{E}} \bar{\psi}_1 [\partial^\lambda] \psi_2 \delta u_\lambda = -\iiint_{\mathcal{H}} \varepsilon(k) \bar{\zeta}_1 \zeta_2\, \delta v,$$

$$\text{avec } [\partial^\lambda] \equiv \overrightarrow{\partial^\lambda} - \overleftarrow{\partial^\lambda};$$

au premier membre figure l'hyperflux du 4-courant de Gordon à travers une hypersurface quelconque du genre espace, lequel est bien conservatif en vertu de l'équation de continuité; pour le moment, $\bar{\psi}$ et $\bar{\zeta}$ désignent simplement les nombres conjugués des scalaires complexes ψ et ζ.

Portant (3) dans (1), l'on résout formellement le problème de Cauchy sous la forme appropriée à l'usage de l'équation du second ordre de Gordon, c'est-à-dire avec l'intervention de la dérivée normale du ψ sur la porteuse des données $\mathcal{E}_0$; la formule générale ainsi obtenue coïncide avec celle donnée par Schwinger [14] pour le cas particulier du photon.

Cette formule contient une « fonction de Green » $D(x - x_0)$, qui a pour expression

$$(5) \qquad D(x) = \frac{i}{2k_0 (2\pi)^3} \iiint_{\mathcal{H}} \varepsilon(k) e^{ik^\lambda x_\lambda} \delta v,$$

et qui n'est autre que la fonction définie par Stueckelberg [15] pour étendre au cas de la masse propre non nulle la fonction de Heisenberg-Pauli-Jordan . L'on peut montrer que deux fonctions $D(x - x_0)$ attachées à deux instants-points x_0 différents sur $\mathcal{E}_0$ doivent être considérées comme orthogonales entre elles sur toute autre $\mathcal{E}$, au sens impliqué par (4); ainsi, l'expression du $\psi(x)$ obtenue en portant (3) dans (1) et tenant compte de (5) peut-elle être considérée comme le développement de ce ψ sur un système complet de fonctions orthogonales $D(x - x_0)$, les coefficients du développement n'étant autres que les $\psi(x_0)$; la formule exprimant réciproquement les $\psi(x_0)$ en fonction des $\psi(x)$ n'est autre que la formule résolvant le problème de Cauchy avec une porteuse des données $\mathcal{E}$ passant par x.

Finalement, les *fonctions de Stueckelberg* $D(x - x_0)$ sont bien les fonctions *complémentaires*, au sens de la mécanique ondulatoire, des ondes planes monochromatiques : elles sont associées à l'idée d'une localisation parfaite du corpuscule lors de son franchissement d'un hyperécran d'Univers du genre espace $\mathcal{E}$, et d'autre part à une indétermination complète de son impulsion-énergie sur l'hyperboloïde $\mathcal{H}$, comme le montre la formule (5). En imaginant un pavage complet de $\mathcal{E}$ en petites cellules, on pourra définir idéalement un système d'écrans d'Univers $\mathcal{E}$ *complémentaires* au sens de l'optique classique, l'ouverture de chacun d'eux

coïncidant avec l'une des cellules précédentes; en passant au cas limite des ouvertures infiniment petites, et sans soulever ici des problèmes de rigueur, on retrouvera ainsi le système orthogonal complet des fonctions de Green D $(x - x_0)$.

Faisant dans (4) $\psi_1 = \psi_2 = \psi$, $\zeta_1 = \zeta_2 = \zeta$, l'on fait apparaître au second membre la fonction de distribution de l'impulsion-énergie attachée à une solution de l'équation de Gordon. Par définition même, cette fonction est la transformée de Fourier de la *fonction caractéristique* considérée en calcul des Probabilités. De fait, il est possible de retrouver tout le précédent formalisme en partant d'une généralisation covariante [6] de la fonction caractéristique quantique de l'impulsion-énergie proposée par E. Arnous [1].

2. *Particule libre à spin multiple de $h/4\pi$.*

Toute particule à spin obéit à une équation de même forme que celle de Dirac, mais où les quatre matrices de spin a_λ obéissent à une algèbre caractéristique de la valeur du spin (multiple de $h/4\pi$). De plus, pour chacune des composantes du ψ, l'équation scalaire du second ordre de Gordon est toujours conséquence de la précédente équation spinorielle du premier ordre, cela en vertu même de l'algèbre des a_λ. Enfin, à toute équation de particule à spin est liée la définition d'une matrice invariante, diagonale et hermitienne β ($\beta = \gamma_4 = a_4$ en théorie de Dirac) telle que le spineur $\bar{\psi} = \psi^+\beta$ soit l'adjoint physiquement associé à ψ : ce $\bar{\psi}$ mérite d'être appelé l'*adjoint relativiste* du ψ.

Invoquant l'équation d'onde de la particule à spin, on peut mettre le second membre de l'intégrale de Fourier directe (1) sous la forme

$$(6) \qquad (2\pi)^{3/2}\psi(x) = -i \iiint_{\mathcal{H}} \delta v_\lambda \, a^\lambda \, e^{ik^\mu x_\mu} \zeta(k),$$

où $i\delta v_\lambda$ désigne le quadrivecteur élément d'aire tridimensionnelle sur l'hyperboloïde $\mathcal{H}$ d'équation (2), évidemment colinéaire au

quadrivecteur de fréquence (ou d'impulsion-énergie) k_λ aboutissant au même point du 4-espace k.

Plus intéressante est la formule analogue déduite de l'intégrale de Fourier réciproque (3); elle implique également les matrices de spin, mais sa forme explicite dépend de l'algèbre suivie par les a_λ; ici, nous nous contenterons de l'écrire pour le cas de l'équation de Dirac ($a_\lambda = \gamma_\lambda$) :

$$(7) \qquad (2\pi)^{3/2}\zeta_{1/2}(k) = \frac{i}{2k_0} \iiint_{\mathcal{E}} \delta u_\lambda \, \varepsilon(k) e^{-ik^\mu x_\mu} (i\gamma_\nu k^\nu - k_0)\gamma^\lambda \psi(x).$$

Comparant (7) à (3), l'on voit que la dérivée normale du ψ sur $\mathcal{E}$ a disparu, et qu'à sa place figure une combinaison linéaire des composantes du ψ; c'est là ce qu'on attendait *a priori* de la substitution de l'équation du type Dirac à celle de Gordon. Faisant jouer l'équation de la particule à spin, on vérifie directement que le $\zeta(k)$ défini par (7) (ou les expressions analogues valables pour les autres valeurs du spin) est bien indépendant de l'hypersurface d'intégration $\mathcal{E}$.

Quant aux deux membres de la formule covariante de Parseval (4), l'un et l'autre se transforment, livrant la nouvelle formule covariante

$$(8) \qquad i \iiint_{\mathcal{E}} \bar{\psi}_1 a^\lambda \psi_2 \delta u_\lambda = i \iiint_{\mathcal{H}} \varepsilon(k) \bar{\zeta}_1 a^\lambda \zeta_2 \delta v_\lambda,$$

où $\bar{\psi} \equiv \psi^+\beta$ et $\bar{\zeta} \equiv \zeta^+\beta$, β étant une matrice diagonale [cette dernière remarque est importante en ce qu'elle autorise la substitution du $\bar{\psi}$ au ψ^+ (complexe conjugué proprement dit) dans la formule scalaire (4)]. Dans (8), on reconnaît une généralisation covariante obvie de la définition classique du produit scalaire hermitien, et, par voie de conséquences, de celles de la norme d'un ψ ou ζ et de l'orthogonalité de deux ψ ou ζ. Dans le cas particulier de l'équation de Dirac, $a_4 = \gamma_4$, $(\gamma_4)^2 = 1$; intégrant le premier membre de (8) à temps constant, l'on retombe indentiquement sur la définition classique du produit scalaire hermitien. Dans les autres cas de spin, le $\psi^+\beta a_4\psi$ remplace le $\psi^+\psi$ classique.

En passant, il est intéressant de remarquer comment l'intervention du β réconcilie, sur un point particulier, le jeu des deux symboles i, celui de la Relativité et celui des Quanta : soit à prendre le complexe conjugué du nombre : $i\,\bar{\psi}_1 a^\lambda \psi_2 \delta u_\lambda \equiv i\psi_1^+ \beta a^\lambda \psi_2 \delta u_\lambda$, qui est une somme de 4 termes numérotés par λ : trois des $i\delta u_\lambda$ sont réels, le 4me imaginaire pur, mais les trois a_λ homologues anticommutent avec β, et le 4me commute avec β; de ceci résulte que $-i\bar{\psi}_2 a^\lambda \psi_1 \delta u_\lambda$ est le nombre complexe conjugué de $i\bar{\psi}_1 a^\lambda \psi_2 \delta u_\lambda$, comme l'exigeait *a priori* la réconciliation des symbolismes relativiste et quantique.

Les autres considérations données plus haut à propos de l'équation de Gordon se transposent ici sans difficulté. Par exemple, portant (7) dans (6) ou (3), l'on résout formellement le problème de Cauchy, cette fois sans intervention de la dérivée normale du ψ; la formule obtenue coïncide avec celle indiquée par Schwinger [14] pour le cas de l'électron, mais on la généralise aisément pour tous les cas de spin. Partant de (8), on peut encore introduire, sous une nouvelle forme, la fonction de distribution et la fonction caractéristique de l'impulsion-énergie [6].

3. — *Particule à spin plongée dans un champ donné.* Ce cas est, par exemple, celui de l'équation de Dirac avec quadripotentiel; le « champ donné » doit être considéré comme obéissant à ses propres équations, et nous préciserons, au Titre IV suivant, ce qu'il faut entendre par là.

Cette fois, les intégrales de Fourier directe et inverse sont obligatoirement des intégrales quadruples :

$$(9)\qquad 4\pi^2\,\psi(x) = \iiiint e^{ik^\lambda x_\lambda}\,\zeta(k)\delta\tau,\quad i\delta\tau \equiv [d^4 k];$$

$$(10)\qquad 4\pi^2\,\zeta(k) = \iiiint e^{-ik^\lambda x_\lambda}\,\psi(x)\,\delta\omega,\quad i\delta\omega \equiv [d^4 x].$$

Il est intéressant de remarquer que la formule « directe » (9) équivaut au classique développement du ψ suivant les fonctions propres de l'hamiltonien, ou encore de l'*énergie totale* dans le cas

où cette notion a un sens, c'est-à-dire le cas où le champ extérieur est conservatif avec le temps dans un certain référentiel. En effet, cette formule classique est

$$(11)\qquad i\,c\,\sqrt{2\pi}\;\psi(x) = \int dk_4\;\rho(k_4)\;\psi(\vec{x},\,k_4)e^{ik_4x_4},$$

$\vec{x}$ désignant un trivecteur de l'espace ordinaire, et le facteur $i\,c\,\sqrt{2\pi}$ étant introduit pour de simples raisons formelles; effectuant la transformation de Fourier

$$(12)\qquad (2\pi)^{3/2}\,\psi(\vec{x},\,k_4) = \iiint_{k_4=k_4^0} [d^3 k]\;e^{i\vec{k}\vec{x}}\;\eta(\vec{k},\,k_4)$$

et posant

$$(13)\qquad \zeta(k) \equiv \rho(k_4)\;\eta(\vec{k},\,k_4),$$

on ramène (11) à (9), C. Q. F. D.; pour un raisonnement réciproque, on consultera M. Lévy [12].

L'égalité de Parseval associée à (9) et (10) s'écrit ($\bar{\psi} = \psi^+\beta$, $\bar{\zeta} = \zeta^+\beta$)

$$(14)\qquad \iiiint \bar{\psi}_1\,\psi_2\,\delta\omega = \iiiint \bar{\zeta}_1\,\zeta_2\,\delta\tau\,;$$

cette fois encore, le caractère diagonal de la matrice invariante β est essentiel pour assurer la compatibilité de cette formule covariante relativiste avec la formule scalaire (non covariante)

$$(15)\quad \iiiint \psi_{1i}^*\,\psi_{2i}\,\delta\omega = \iiiint \zeta_{1i}^*\,\zeta_{2i}\,\delta\tau \quad \textit{sans sommation sur } i$$

valable pour chaque composante i des ψ et ξ. La norme obtenue en égalant dans (14) ou (15) les indices 1 et 2 et attribuant une valeur finie aux deux intégrales égales est un maillon nécessaire à la théorie des intégrales de Fourier (9) et (10) dans l'espace abstrait des fonctions de carré sommable.

Mais ici une difficulté semble surgir. *Physiquement*, la norme du ψ n'est aucunement donnée par l'intégrale quadruple (14), mais bien par l'intégrale triple conservatrice

$$(16)\qquad i\iiint_{\mathcal{E}} \bar{\psi}_1\,a^\lambda\,\psi_2\,\delta u_\lambda = \mathrm{N}$$

(N, nombre de particules). La solution de la difficulté réside en ce que la norme mathématique (14) est un pur intermédiaire de raisonnement, et qu'on peut *après coup* la faire tendre vers ∞ en conservant une valeur finie à l'intégrale (16); cela se pourra, par exemple, en attribuant arbitrairement une divergence non nulle au courant de Dirac $\bar{\psi}\, a^{\lambda}\, \psi$ entre deux paires d'hypersurfaces $\mathcal{E}_1$ et $\mathcal{E}_2$ loin dans le passé, $\mathcal{E}_3$ et $\mathcal{E}_4$ loin dans le futur (la masse propre étant complexe dans ces régions) de telle sorte que l'intégrale (16), conservative entre $\mathcal{E}_2$ et $\mathcal{E}_3$, tombe à *zéro* avant $\mathcal{E}_1$ et après $\mathcal{E}_4$; pour finir, on éloignera indéfiniment $\mathcal{E}_2$ vers le passé et $\mathcal{E}_3$ vers le futur.

Il nous faut encore vérifier que la définition covariante de l'orthogonalité de deux ψ ou ζ, impliquée dans la formule (14), coïncide avec la définition classique de l'orthogonalité de deux ψ ou ζ solutions de l'équation d'onde dans le cas d'un hamiltonien conservatif. Deux fonctions propres de l'énergie totale associées à des valeurs différentes de cette énergie sont visiblement orthogonales au nouveau sens impliqué par (14) C. Q. F. D. Quant à deux $\zeta(\vec{k}, k_4)$ distincts et associés à la même valeur k_4 de l'énergie totale, s'ils sont orthogonaux au sens classique, ils le seront encore au nouveau sens covariant, cela, *du fait essentiellement du caractère diagonal de la matrice* β; la réciproque est vraie également, C. Q. F. D.

Il résulte de ce qui précède que, dans le cas pratiquement important du champ extérieur conservatif, le système orthogonal complet des solutions de base est formé de fonctions $\zeta(k)$ non nulles seulement sur des hyperplans discrets à énergie k_4 constante (cas du spectre ponctuel) ou dans des bandes d'énergie k_4, $k_4 + \Delta k_4$ (cas du spectre continu). Il est *a priori* certain que la figure géométrique de ces bandes et lames d'énergie doit être symétrique par rapport à l'origine du 4-espace k, car, physiquement, rien ne distingue un électron lié à énergie cinétique positive d'un positon lié à énergie cinétique (donc à masse) négative; c'est ce que confirme la classique formule du spectre de l'énergie totale

exprimée par un radical. Deux valeurs opposées du signe de l'énergie totale correspondent à deux représentations équivalentes du même état physique; il ne saurait être question d'imaginer des transitions entre états d'énergie de signes opposés.

IV. — Représentation d'interaction de Tomonaga-Schwinger et représentation superquantifiée de Heisenberg : quelques remarques

Nous venons de voir que, dans le cas d'un corpuscule plongé dans un champ donné, toute définition covariante relativiste de la normalisation, de l'orthogonalité des fonctions de base, etc..., implique l'usage d'intégrales quadruples d'Univers. Or, en 1934, à la fin de son beau livre sur l'électron de Dirac [4], M. L. de Broglie a objecté à l'idée d'harmoniser de cette manière les deux formalismes de la Relativité et des Quanta que la Physique ainsi obtenue serait une « physique sans évolution ». A cela l'on peut évidemment faire la réponse générale qu'il est de l'essence même de toute représentation de Minkowski d'être une représentation géométrique sans évolution; mais l'épistémologie a la tâche de préciser autant qu'il est nécessaire le contenu des affirmations générales; descendons donc, avec M. L. de Broglie, vers un problème concret, et montrons comment la théorie de Tomonaga-Schwinger [14] apporte aujourd'hui la réponse qu'on n'apercevait pas à l'époque où écrivait M. L. de Broglie [4].

Imaginons avec M. L. de Broglie un atome, par exemple un atome d'Hydrogène. Celui-ci, au cours de son existence, traverse divers avatars, par exemple des effets Stark ou Zeeman, ou encore, ajouterons-nous, des transitions entre niveaux d'énergie induites par son interaction avec le champ des photons libres. Allons-nous déclarer que les valeurs et fonctions propres de l'énergie totale sont définies *ne varietur* en tenant compte globalement de toute cette histoire contingente ? ce serait, dit M. L. de Broglie, « fort peu satisfaisant ». Remarquons pourtant que, dans l'absolu, c'est bien ainsi que les choses devraient être, en vertu de la 4me relation

d'incertitude, qui exige une durée d'observation infinie pour la définition d'un niveau d'énergie infiniment fin. Il est vrai qu'alors la question posée perd son sens si l'atome subit des transitions, car la notion d'énergie totale n'a de sens qu'en régime permanent.

L'origine de cette difficulté, et même de cette antinomie, est fort claire, dit M. L. de Broglie. Tandis que la décroissance des champs en fonction de la distance rend valide la notion de *systèmes séparés* au sens spatial du terme, (bien qu'à la rigueur tout interagisse avec tout) au contraire l'évolution temporelle d'un même système ne se prête pas à être ainsi découpée en chapitres d'histoire séparés.

Or, il se trouve qu'aujourd'hui la technique covariante relativiste existe, qui permet la séparation de fait de chapitres d'histoire successifs, assez peu liés pour que cette opération ait un sens : c'est la *représentation d'interaction* de Tomonaga-Schwinger [14]. Tout système dont l'interaction est assez faible pour que la notion de *constituants* de ce système ait un sens peut être décrit soit en *représentation superquantifiée de Heisenberg*, soit en *représentation d'interaction*, soit, plus généralement, en représentation mixte, où une partie de l'interaction est décrite d'une manière et l'autre de l'autre.

En représentation de Heisenberg, la fonction de répartition, ou *vecteur d'état* dans l'espace fonctionnel des nombres d'occupation, est invariable; en contrepartie, les équations différentielles de chacun des deux champs en interaction sont celles de la particule correspondante plongée dans le champ de l'autre. Ce n'est donc pas du fait d'un accident fâcheux que nous avons précédemment trouvé que la théorie de ce cas exige des intégrales quadruples, et par conséquent, comme y a insisté M. L. de Broglie, une vision « sans évolution » des phénomènes : dans la théorie superquantifiée associée à ce schéma, le vecteur d'état, et par conséquent les nombres d'occupation, sont invariables, ce qui est une vision « sans évolution » des phénomènes : le cercle se referme avec une implacable logique.

Si nous voulons une vue évolutive des phénomènes, il faut passer en représentation d'interaction. En représentation d'interaction proprement dite, les équations différentielles de chacun des deux champs en interaction sont les équations de la particule libre correspondante; l'interaction est alors décrite comme induisant des transitions entre les états orthogonaux des particules libres, c'est-à-dire comme faisant varier la fonction de répartition, ou vecteur d'état, définie comme une fonctionnelle d'hypersurface du genre espace de l'Univers. Cette définition est évidemment covariante relativiste; on peut montrer qu'en vertu du caractère causal des relations de non-commutation de chacun des deux champs, c'est-à-dire en dernière analyse de la vitesse infra-lumineuse de la propagation de chacun des deux champs, la manière de « feuilleter » l'Univers par une famille d'hypersurfaces du genre espace n'influe pas sur le résultat des calculs, ce qui était évidemment nécessaire *a priori*. Finalement, la *représentation d'interaction* sait calculer de manière covariante les probabilités de transition de tel jeu de nombres d'occupation à tel autre (en fait, au moyen des règles de Feynman [11]) : c'est bien là une représentation évolutive des phénomènes.

En fait, ce sont souvent les représentations mixtes qui fournissent la réponse adéquate aux problèmes physiques. Reprenons en effet les exemples considérés par M. L. de Broglie : la liaison de l'électron au noyau de l'atome considéré sera décrite en représentation de Heisenberg, donc au moyen des intégrales quadruples dont nous avons exquissé plus haut la théorie générale, formalisme qui est, comme nous l'avons expliqué, identique au fond à celui que les travaux de Schrödinger ont rendu classique : cette partie du problème sera donc considérée *sans évolution*, ce qui est bien en harmonie physique avec les notions d'états permanents et de niveaux d'énergie totale, et avec la 4me relation d'incertitude. Au contraire, les effets Stark ou Zeeman, arbitrairement imposés, ou bien l'interaction de l'atome avec le champ des photons libres, seront décrits en représentation d'interaction, c'est-

à-dire selon une vision évolutive des phénomènes : ces interactions provoqueront des transitions entre les états permanents de l'atome, c'est-à-dire des variations probables des nombres d'occupation correspondants.

Ces remarques font bien voir comment la réponse au délicat problème autrefois soulevé par M. L. de Broglie [4] est contenue dans la mutuelle relation des représentations de Heisenberg superquantifiée et d'interaction de Tomonaga-Schwinger, ainsi que dans la transformation unitaire de Schwinger [14] qui permet de passer de l'une à l'autre. Elles montrent aussi fort nettement que les idées de la théorie superquantifiée (nombre d'occupation d'un état, fonction de répartition de ces nombres) sont tout à fait essentielles au débrouillage de l'ensemble du problème. Dès à présent, nous pouvons poser l'affirmation qu'*il n'est pas de réconciliation possible des idées de la Relativité et des Quanta sans superquantification*. C'est ce que vont confirmer les deux titres qu'il nous reste à développer.

V. — L'homogénéité entre espace et temps, entre impulsion et énergie, dans l'expérience de diffraction-hachage

Cette double homogénéité est mise en forte lumière par la Relativité classique, et elle est aussi très nettement préfigurée dans les formules de la théorie élémentaire des ondes, lorsqu'on tient compte de l'identification broglienne entre quadri-fréquence et impulsion-énergie; elle est très manifeste également dans les formules du titre III précédent, qui représentent, pensons-nous, la base formelle de l'expression pleinement relativiste de la théorie des Quanta; avant de préciser, au titre VI suivant, les articulations essentielles de la réconciliation totale de la Relativité et des Quanta au plan épistémologique, nous voulons ici résumer l'expérience de pensée précédemment annoncée au titre II, qui nous apportera d'utiles informations sur le même sujet, et dont nous avons donné par ailleurs un exposé plus détaillé [9].

Imaginons qu'une onde incidente ψ_1 tombe sur un écran plan parfaitement absorbant d'équation $x_1 = 0$, pourvu d'une ouverture variable $\mathcal{O}$ limitée à chaque instant par un contour ayant des équations de la forme

$$(17) \qquad \mathcal{C}(x_2,\ x_3,\ t) = 0 \qquad \text{ou} \qquad \mathcal{C}(x_2,\ x_3,\ x_4) = 0;$$

il lui correspondra dans l'Univers de Minkowski un écran plan tridimensionnel, parallèle aux axes x_2, x_3, x_4, et percé d'une ouverture tridimensionnelle $\mathcal{O}$; la représentation minkowskienne va donc assimiler totalement la diffraction spatiale de l'onde incidente à son hachage temporel par l'ouverture et la fermeture du diaphragme.

Finalement, nous avons à considérer une solution de l'équation de la particule libre à spin qui, dans le plan $x_1 = 0$, est non nulle seulement à l'intérieur du domaine $\mathcal{O}$. Moyennant certaines hypothèses simplificatrices [9] et compte tenu de l'équation de continuité du courant, on s'assure que son développement de Fourier est de la forme (1) ou (6), l'intégrale étant étendue à la portion $\mathcal{O}$ d'hyperplan du genre temps $x_1 = 0$. Les ondes planes composantes peuvent être réparties en les 4 classes ci-dessous, et l'interprétation feynmanienne [11] des ondes à énergie négative s'impose alors presque d'elle-même :

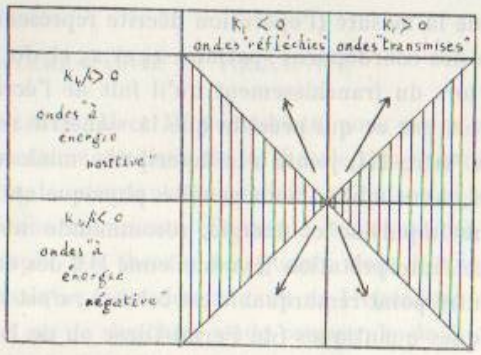

Fig. 1.

Pour avoir le sens effectif de propagation, dans l'espace, des corpuscules à énergie négative, c'est-à-dire en fait des *anticorpuscules*, il faut inverser les flèches à énergie négative. Cela étant, la formule dont on vient de parler fournit simplement la probabilité de transition d'onde plane à onde plane résultant de l'opération de diffraction-hachage, et l'on peut distinguer les 4 classes ci-dessous pour cette transition formellement unique :

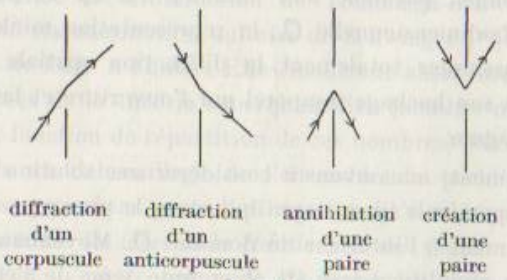

Fig. 2.

Naturellement, la différence entre les impulsion-énergies finale et initiale est fournie (ou absorbée) par le lourd écran macroscopique et son puissant mécanisme de diaphragme. Il est visible que les 2me, 3me et 4me relations d'incertitude sont ici traitées sur un même pied, sans que la dernière perde pour autant sa signification traditionnelle d'incertitude sur l'énergie liée à la durée de la mesure (l'opération décrite représente en somme une mesure des coordonnées spatiales x_2 et x_3 et du temps x_4 du corpuscule lors du franchissement qu'il fait de l'écran).

L'on voit par ce qui précède que la symétrie relativiste des formules du Titre III, jointe à la description minkowskienne des phénomènes, ainsi qu'à l'homogénéité physique entre espace et temps, entre impulsion et énergie, recommande avec une très grande force l'interprétation feynmanienne [11] des énergies négatives. Un autre point remarquable est celui-ci : c'est l'intervention des statistiques quantiques (de Fermi-Dirac ou de Bose-Einstein) et elle seule qui permet de concilier l'apparition des énergies négatives dans les formules et la non apparition dans les faits d'une paradoxale causalité rétroactive, ou « avancée » (suivant laquelle la manœuvre du diaphragme « télégraphierait dans le passé » pour en appeler des anticorpuscules). Soient en effet $P_{12} = P_{21}$ les probabilités égales, non superquantifiées, des transitions $1 \rightarrow 2$ ou $2 \rightarrow 1$, où 1 et 2 désignent deux ondes planes monochromatiques, et où la transition est considérée « à la Feynman » le long de l'action croissante (voir fig. 2). Si n_1 désigne le nombre d'occupation de l'état 1 « avant » la transition $1 \rightarrow 2$, n_2 celui de l'état 2 « après » la transition $1 \rightarrow 2$ d'un corpuscule, la probabilité superquantifiée s'écrit $n_1 P_{12} n_2$. Revenons alors au langage ordinaire, où les mots *avant* et *après* s'entendent relativement au cours du temps macroscopique : si l'on considère une probabilité de prédiction, n représentera l'occupation initiale d'un état initial, $n - 1$ l'occupation initiale d'un état final; semblablement, pour une probabilité de rétrodiction, n représentera l'occupation finale d'un état final, $n - 1$ l'occupation finale d'un état initial. De toute façon, c'est essentiellement l'intervention symétrique des nombres d'occupation des états initial et final, si caractéristique des deux statistiques quantiques, qui élimine le paradoxe de la causalité rétrograde, inévitable sans cela. Une fois de plus, la *superquantification* s'avère être absolument essentielle à la réconciliation totale des formalismes relativiste et quantique.

VI. — Complémentarité et Relativité

Sous les titres III et IV précédents, nous avons exposé comment le formalisme de base de la théorie des Quanta peut être doté d'une totale covariance relativiste, en liaison et en harmonie avec l'expression covariante elle-même des équations d'onde des particules à spin. La théorie des Quanta dont il s'agit est celle, à présent classique, issue des travaux de Heisenberg et de Schrödinger, basée sur le dualisme onde-corpuscule de L. de Broglie, et sur l'épistémologie de la *complémentarité* de Bohr. Nous voulons,

dans cette ultime section, exposer en quelques mots comment la doctrine de la complémentarité reçoit elle-même une forme absolument covariante relativiste, à l'image même du formalisme mathématique sur lequel elle repose; disons dès ici que la cheville ouvrière de cette complète réconciliation de la Complémentarité avec la Relativité est fournie par les idées de la seconde quantication, et principalement par l'usage explicite de la notion de nombre d'occupation des solutions orthogonales de l'équation d'ondes (précédemment définies de manière covariante relativiste).

Une onde, solution de l'équation d'ondes, est un être doublement covariant : au sens de la Relativité minkowskienne d'une part, au sens de la théorie quantique de la mesure de l'autre, car plusieurs mesures successives équivalentes entre elles sont par définition des mesures qui conservent la même onde en évolution. Pour le formalisme quantique abstrait, les mesures successives sont conçues comme affectant tout l'espace de configuration dans un instant sans épaisseur : elles se succèdent dans le temps. Pour certaines illustrations concrètes de la théorie (expériences de pensée), l'appareillage fonctionne en « régime permanent », et les mesures successives sont concrétisées par les diaphragmes, lentilles, écrans, etc... disposés le long d'un idéal « banc d'optique » que parcourt le corpuscule : on peut alors parler de mesures (idéalement sans épaisseur) se succédant le long de l'abscisse z d'un idéal banc d'optique, et fournissant une image spatialisée du formalisme quantique abstrait; l'abscisse z que le corpuscule parcourt dans un même sens joue le rôle de paramètre d'évolution, et les formules covariantes du Titre III se prêtent aisément à une définition des fonctions orthogonales, etc..., au moyen d'intégrales doubles prises perpendiculairement à l'axe z. Remarquons même qu'une généralisation évolutive de cette imagerie est utile pour élucider certaines questions épistémologiques : les diaphragmes, par exemple, peuvent être conçus comme s'ouvrant et se fermant; Bohr [3] a souvent utilisé en pensée de tels dispositifs, mais, à

notre sens, le véritable cadre des discussions de ce genre est l'Univers de Minkowski; nous avons esquissé au précédent Titre V une application de cette idée directrice.

Ce n'est pas seulement *la même onde* que conservent de successives mesures compatibles, c'est aussi *le nombre d'occupation* de cette onde. La *Mécanique ondulatoire* ne peut plus être déterministe au même sens que la « Mécanique géométrique » de Galilée-Newton : tous les grands théoriciens modernes ont insisté sur ce point; c'est là une conséquence directe du dualisme onde-corpuscule, de la valeur finie (quoique petite en unités usuelles) de la constante h, et du formalisme des intégrales de Fourier ou, ce qui revient au même, de la théorie de la diffraction de Fresnel. Mais il est très important pour nous de remarquer qu'au sein d'un même programme de mesures (nous entendons par là une *succession de mesures compatibles* au sens précédemment rappelé) *la conservation du nombre d'occupation de l'onde fournit un substitut du déterminisme classique*, juste nécessaire et suffisant à écarter toute une famille d'objections parfois tenues pour très gênantes.

En voici trois exemples :

1. *Rétrodiction dans le microscope de Heisenberg.* Ce système centré, avec ses diaphragmes et ses plans-image successifs, matérialisés ou non le long de l'abscisse z de l'axe optique, appartient à la famille des *bancs d'optique* précédemment considérés. Dans l'espace-objet, un électron, par exemple, diffuse un photon, et celui-ci est finalement reçu en un point du plan-image final; suivant que l'appareil a travaillé à très grande ou à très petite ouverture, on peut déduire de cette ultime mesure, par rétrodiction, soit la localisation, soit l'état dynamique de l'électron diffuseur. Le paradoxe apparent réside alors en les trois termes que voici : 1° l'événement passé qu'est la diffusion du photon par l'électron est considéré comme intangible par la philosophie naturelle classique; 2° la mesure effectuée au moyen du système oculaire (réglage de la « lucarne de sortie ») peut en principe être temporellement postérieure à l'acte de diffusion; 3° le formalisme mathé-

matique et la phénoménologie sont d'accord pour dénier à l'électron diffuseur toute possibilité « d'avoir » à la fois une position et une impulsion bien déterminées, d'où il semble résulter une véritable *rétroaction* sur l'électron diffuseur de l'opération de réglage de la lucarne de sortie.

En fait, tout paradoxe disparaît si l'on raisonne avec soin conformément aux directives précédentes. La rétrodiction faite touchant la position ou l'impulsion de l'électron ne peut avoir un sens opératoire que si l'on imagine, dans l'espace-objet, l'exécution d'une mesure compatible avec celle qui est réellement effectuée dans l'espace-image; mais, alors, l'onde et son nombre d'occupation sont des êtres covariants par rapport à de telles mesures compatibles : de deux choses l'une, *le photon est sur l'onde ou il n'y est pas*; toutes les mesures compatibles entre elles sont obligées d'en convenir d'accord. Finalement, il y a rétrodiction, mais non rétroaction dans le miscrocope de Heisenberg; tout paradoxe disparaît.

Cette expérience de pensée a été récemment discutée à nouveau [5, 7]; à notre sens, la réponse épistémologiquement adéquate est la précédente, compte tenu également de ce qui sera dit plus loin touchant le changement de programme de mesure.

2. *Séparation d'un faisceau par un miroir semi-transparent ou un écran percé d'un trou.* Une onde incidente porteuse d'un seul corpuscule tombe sur un dispositif qui la sépare en deux : soient f_1 et f_2, $f_1 + f_2 = 1$, les probabilités *a priori* (faciles à calculer) qu'a le corpuscule d'être retrouvé sur un faisceau ou sur l'autre. En barrant par un écran le faisceau n° 1, un observateur O_1 y trouve (ou n'y trouve pas) le corpuscule. Faut-il en déduire que, par cet acte de mesure, il oblige un autre observateur O_2, éventuellement très distant, à ne pas trouver (ou à trouver) le corpuscule sur le faisceau n° 2 ? Ce ne serait pas là de la causalité exercée instantanément à distance (notion anti-relativiste), mais ce serait de la causalité d'abord avancée le long du faisceau n° 1, puis retardée à la manière habituelle le long du faisceau n° 2;

l'absurdité de cette conception se voit de deux manières. D'abord, les deux observateurs O_1 et O_2 jouent (réellement ou virtuellement) des rôles semblables, en sorte que la phénoménologie interdit que l'un subisse l'action de l'autre; en second lieu, que doit-on penser d'un message (avancé ou retardé) transmis le long d'un faisceau inoccupé, comme l'est certainement l'un des deux !

En réalité, l'ensemble du dispositif séparateur, de l'écran manié par O_1 et de l'écran (réel ou virtuel) manié par O_2 définit *un même programme de mesures*. A l'intérieur d'un même programme, il y a déterminisme *en ce sens* que le nombre d'occupation d'une onde est le même pour toutes les mesures. En d'autres termes, à l'intérieur d'un même programme de mesures (hypothèse nécessaire pour que la question posée ait un sens) le corpuscule *est* sur un, et un seul, des deux faisceaux, ce qui supprime toute espèce de paradoxe.

3. *L'expérience de pensée d'Einstein-Podolsky-Rosen* [10] *et la réponse de Bohr* [2]. Nous laisserons au lecteur le soin de se reporter aux textes originaux pour y trouver la description technique de l'expérience de pensée qui, épistémologiquement parlant, est tout à fait analogue à la précédente. L'argument d'Einstein [10] est substantiellement que « si, sans aucunement agir sur un certain objet physique (disons, le faisceau f_1 précédent) l'on peut cependant faire une expérience (disons, sur le faisceau f_2 précédent) d'où résulte la connaissance exacte d'une grandeur attachée au premier objet, alors il existe un élément correspondant d'objectivité attaché à cet objet » : c'est là, très exactement, ce qu'affirme la notion de covariance de l'onde et de son nombre d'occupation à l'intérieur d'un même programme de mesures. Dans sa réponse à Einstein, Bohr [2] accorde ce point essentiel, mais insiste sur le fait que cette *objectivité* n'existe *que* à l'intérieur d'un même programme de mesures; elle cesse d'être phénoménologiquement observable et mathématiquement descriptible s'il y a passage d'un type de mesures à un autre type de mesures. Tel est l'apport

original de la Complémentarité par rapport au classique Déterminisme, sur lequel il nous faut insister en finissant.

* * *

Nous venons d'insister sur le double caractère covariant de la fonction d'onde et de son nombre d'occupation : vis-à-vis de la Relativité d'une part (changements des référentiels d'espace-temps), vis-à-vis de la théorie des Quanta de l'autre (succession de mesures compatibles entre elles). Nous avons vu que, à l'intérieur de ce cadre, on peut définir une objectivité univoque des phénomènes qui transpose en termes ondulatoires la conception classique correspondante, et suffit à lever certains pseudo-paradoxes. Maintenant, il nous faut brièvement caractériser la situation créée lors d'un changement de programme de mesures.

Dans le formalisme quantique abstrait, la dernière mesure de l'ancien programme, M_1, et la première mesure du nouveau programme, M_2, sont supposées instantanées, et caractérisées par des valeurs bien déterminées, t_1 et t_2, du paramètre temps; avant t_1, il peut y avoir eu d'autres mesures compatibles avec M_1, c'est-à-dire sous-tendant la même onde $\psi_1(x_1, x_2, x_3, x_4)$; de même, après t_2, il pourra y avoir d'autres mesures compatibles avec M_2, c'est-à-dire sous-tendant la même onde ψ_2. Après l'instant t_1, l'onde ψ_1 sert à calculer les probabilités de prédiction (poids statistiques) des diverses ondes orthogonales attachées à la mesure M_2 (ce qui n'a de sens que tant que la mesure M_2 n'est pas faite); symétriquement, l'onde ψ_2 peut servir à calculer les probabilités de rétrodiction attachées aux ondes de la mesure M_1 (ce qui n'a de sens que si l'on suppose oublié ou perdu le résultat précédemment trouvé lors de cette mesure M_1). Si l'on veut, les hyperplans $t = t_1$ et $t = t_2$ représentent des hyperécrans d'Univers (du genre espace), parfaitement absorbants, le premier éteignant les ondes convergentes caractérisées par la mesure M_2 et le second éteignant les ondes divergentes caractérisées par la mesure M_1. Une parfaite image spatialisée de ceci est fournie par les expériences de pensée

du type « banc d'optique » précédemment considérées : par exemple, deux écrans plans z_1 et z_2 normaux à un même axe $z'z$ et percés chacun d'un très petit trou représentant deux mesures de x, y, mutuellement incompatibles, et successives l'une à l'autre en termes du paramètre d'évolution z (croissant dans le sens de propagation du corpuscule).

La relation entre deux programmes de mesure incompatibles est purement statistique, et la théorie quantique en est bien connue; exprimée en termes des 4 coordonnées x, elle est caractérisée par des *amplitudes de transition* $D(x, x')$, où D est une fonction de Green analogue à celle systématiquement considérée par Feynman [11]; on peut assimiler $D(x, x')$ à une matrice d'indices x et x', et c'est ce qu'a fait Schwinger dans ses récents travaux. Mais peut-être est-ce une comparaison (presque un apologue) qui nous permettra de bien nous faire comprendre.

Soit un joueur qui bat un jeu de cartes. Entre deux *états* du jeu reconstitué, symbolisant deux successifs systèmes de mesures compatibles au sens précédent, il y a un état de choses où le jeu en tant que tel n'existe pas : c'est l'image de l'intervalle de temps $t_2 - t_1$ (ou de l'intervalle d'abscisses $z_2 - z_1$ dans l'image spatialisée) durant lequel aucun dispositif n'objective une situation définie du système quantique; durant cet intervalle, on peut se livrer soit à la prédiction à partir de la situation antérieurement objectivée, soit à la rétrodiction en fonction de la situation nouvellement objectivée. Et, de même que le geste du batteur de cartes est temporellement réversible, de même les calculs de prédiction et de rétrodiction quantiques sont symétriques l'un de l'autre, comme le montre la forme même des fonctions de Green $D(x, x')$. Enfin, la relation entre deux états successifs du jeu de cartes est aléatoire; semblablement, la relation entre deux systèmes mutuellement incompatibles de mesures compatibles est *essentiellement aléatoire : c'est ceci, en dernière analyse, qui constitue la thèse de la complémentarité.*

Disons donc, pour conclure, que la Mécanique ondulatoire

complémentariste formulée, comme nous la comprenons, en termes de *nombres d'occupation* de systèmes d'ondes orthogonales (eux-mêmes définis de manière covariante relativiste : titres III et IV) est une théorie à la fois *objectiviste* et *aléatoire*, en un sens strictement *analogue* (suivant la procédure qui ressort du précédent texte) à celui qui vaut pour le battage d'un jeu de cartes.

Une telle présentation de la théorie se fait d'elle-même en langage d'Univers de Minkowski, comme il ressort de tout ce qui précède. Nulle part ne s'est introduite pour nous la considération, si gênante pour l'épistémologue physicien, de la *subjectivité* : ce n'est pas à dire qu'elle n'ait pas sa place, mais nous sommes heureux d'avoir pu réserver sa considération à la Métaphysique plutôt qu'à la Physique, sans avoir rien abdiqué de notre orthodoxie complémentariste.

Complémentarité et *Relativité* sont à notre sens entièrement réconciliées par les considérations précédentes, comme *formalisme quantique de base* et *formalisme de Minkowski* le sont par nos formules des Titres III et IV.

OLIVIER COSTA DE BEAUREGARD,
Maître de Recherches du Centre national
de la Recherche scientifique de France.

BIBLIOGRAPHIE

[1] ARNOUS E. — *Journal de Physique* 8, 1947, p. 87-93.
[2] BOHR N. — *Phys. Rev.* 48 1935, p. 696-702.
[3] BOHR N. — Einstein, Philosopher scientist, New York, 1949.
[4] BROGLIE L. de. — L'électron magnétique, Paris, 1934, p. 301-307.
[5] BUCHEL W. — *Scholastik* 28, 1953, p. 161-186.
[6] COSTA DE BEAUREGARD O. — *Phys. Rev.* 83, 1951, p. 182.
[7] COSTA DE BEAUREGARD O. — *Comptes Rendus* 236, 1953, p 1632.
[8] COSTA DE BEAUREGARD O. — *Journal de Physique* (sous presse).
[9] COSTA DE BEAUREGARD O. — *Revista Mexicana de Fisica* (sous presse).
[10] EINSTEIN A., PODOLSKY B, ROSEN N. — *Phys. Rev.* 47, 1935, p. 777-780.
[11] FEYNMAN R. P. — *Phys. Rev.* 76, 1949, p. 749-759 et 769-789.
[12] LÉVY M. — *Proc. Roy. Soc.* 204 A, 1951, p. 149.
[13] RIESS M. — Actes du 10me Congrès des Mathématiciens scandinaves, Copenhague, 1946, p. 123-148.
[14] SCHWINGER J. — *Phys. Rev.*, 74, 1948, p. 1439 et sq.
[15] STUCKELBERG E.C.G. — *Arch. Sci. Phys. Nat. Genève* 1939, 56, n° 1.
[16] TOMONAGA S. I. — *Prog. Theor. Phys.* 1946.