Extrait du *Cahier de Physique* n° 96 -12
Août 1958, pages 317-326

(1950)

ÉQUIVALENCE ENTRE LES DEUX PRINCIPES DES ACTIONS RETARDÉES ET DE L'ENTROPIE CROISSANTE

PAR

Olivier COSTA DE BEAUREGARD

Maître de Recherches au Centre National de la Recherche Scientifique

SOMMAIRE. — *Notre thèse est que toute déduction statistique du théorème de la croissance de l'entropie implique essentiellement comme hypothèse quelque forme spécifique du principe des actions retardées et que ce principe est de nature essentiellement macroscopique. Dès que la mécanique newtonienne est remplacée par la mécanique ondulatoire à la base de la mécanique statistique, nous affirmons que le principe des actions retardées alors impliqué dans la démonstration est quelque forme du principe de la retardation des ondes macroscopiques ; nous réinterprétons en ce sens le théorème bien connu de J. von Neumann sur l'irréversibilité du processus de la mesure en mécanique quantique. Enfin, il sera montré que la dyssymétrie temporelle du propagateur $D_c = D_F$ de Stueckelberg & Feynman est juste celle requise par la loi macroscopique de l'entropie croissante et des ondes retardées.*

1. Le postulat physique impliqué dans la déduction du « théorème *H* ». — Il est bien connu que le paradoxe de Loschmidt n'est pas réfutable techniquement, mais seulement au moyen de considérations épistémologiques. Si l'on élimine de celles-ci ce qui, sous la plume d'un Boltzmann (1) ou d'un Borel (2), n'est rien d'autre qu'un appel quasi magique au principe des actions retardées et a été dénoncé comme tel par M. Brillouin (3), ce qui subsiste de l'argumentation est l'appel à l'inévitable interaction entre le système objet d'étude et le reste de l'univers. Ici encore le principe des actions retardées se trouve implicitement invoqué, car on s'assure aisément que si (fort paradoxalement) une loi d'actions avancées plutôt que retardées était attribuée aux influences perturbatrices, c'est un théorème de décroissance et non de croissance de l'entropie qui se trouverait déduit.

En bref, et conformément à une analyse célèbre d'Ehrenfest (4), la mécanique statistique (et déjà le calcul des probabilités) est *de soi* complètement symétrique entre avenir et passé. Si une dyssymétrie entre avenir et passé apparaît au terme d'une déduction l'impliquant, c'est certainement qu'elle y est introduite (peut-être implicitement) dès le départ. Sous quelle forme, c'est ce que nous nous proposons de discuter sur un exemple volontairement simplifié emprunté à Poincaré (5). Nous estimons que le résultat de cette discussion sera : 1° de faire apparaître une *complète équivalence physique entre les deux lois de l'entropie croissante et des actions retardées, l'une quelconque d'entre elles pouvant être déduite de l'autre* ; 2° de montrer clairement que *la loi des actions retardées est de nature essentiellement macroscopique et n'a strictement aucun sens à l'échelle du phénomène microscopique indivi-*

(1) L. BOLTZMANN, Leçons sur la théorie des gaz, trad. fr., éd. Gauthier-Villars, Paris, 1902, 1re partie, chap. 1, § 3.
(2) E. BOREL, Mécanique statistique classique, éd. Gauthier-Villars, Paris, 1925, p. 59-60.
(3) Référence (1), note I en page 194 de la 1re partie.
(4) P. EHRENFEST, Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften, éd. Teubner, Leipzig, 1914, t. 4, 2e partie, II, n° 6.
(5) H. POINCARÉ, Calcul des probabilités, éd. Gauthier-Villars, Paris, 1912, chap. 7, § 93.

duel (6) ; 3° incidemment, de suggérer que la forme particulière à invoquer pour la loi des actions retardées dépend très étroitement de la version du « théorème *H* » dont il s'agit.

Poincaré (5), voulant discuter le problème de la répartition quasi uniforme des petites planètes sur leur commune orbite, le simplifie en supposant l'orbite circulaire et les petites planètes en nombre infini et sans mutuelles interactions. Soient a le moyen mouvement et b la longitude initiale d'une petite planète, $f(a, b)$ la densité de distribution attachée au point (a, b), t le temps. La fonction (7)

$$C(t) = \iint \mathrm{e}^{\mathrm{i}(at+b)}\, f(a, b)\, \mathrm{d}a\, \mathrm{d}b$$

tend vers 0 quand $t \to +\infty$, pourvu simplement que la fonction f soit continue en a. Ainsi, quelle que soit la loi, disons, de l'explosion d'une grosse planète, la tendance à l'uniformité dans la distribution des fragments résiduels se trouve établie.

Mais, si $t \to -\infty$, $C(t) \to 0$ de la même manière. Devrons-nous conclure de là que la grosse planète observée à l'instant, disons, *zéro*, est née du rassemblement d'un essaim homogène de petites planètes existant dans un lointain passé ? Certainement non. Mais il n'y a pas d'autre issue à ce paradoxe *physique* que la formulation conjointe d'une *règle d'application* et de son *interprétation physique* que nous allons énoncer.

Voici la *règle* : *la mécanique statistique est physiquement applicable telle quelle en prédiction, mais son application « aveugle »* (8) *aux problèmes de rétrodiction est interdite.* Soit dit en passant, cette règle est exactement la même qu'en calcul abstrait des probabilités, où l'on *postule* la nécessité des probabilités à priori de Bayes dans tout problème de rétrodiction.

Un corollaire immédiat de cette règle est que, dans la déduction *physique* du « théorème *H* » il faut *postuler* qu'une complexion improbable peut bien être prise comme l'état initial, mais nullement comme l'état final d'une évolution naturelle.

Quant à l'interprétation physique de la règle précédente (qui est très généralement informulée dans les exposés), la voici. Puisqu'*en fait* la complexion improbable qui est au début de toute évolution statistique naturelle n'a jamais émergé de l'évolution antécédente de ce système, c'est donc qu'elle a toujours été produite comme le résultat (subséquent) de l'interaction de ce système avec un autre. Si, par exemple, un physicien déplace brusquement un piston appartenant à l'enceinte d'un gaz en équilibre thermique, l'altération à la distribution maxwellienne des vitesses s'observe *après* cette initiative et *pas avant*. Dans l'exemple des petites

(6) Il va sans dire que cette assertion n'a cours que dans le cadre des mécaniques, soit classiques, soit quantiques, actuellement en vigueur. Elle *n'est pas* invalidée par la découverte de la non-P-invariance de Lee & Yang *pourvu que subsiste un théorème d'invariance tel que celui de la* PCT-*invariance* ; en effet, deux transitions PC-associées restent réciproques en ce sens qu'elles sont équiprobables.

(7) C'est la « fonction caractéristique » attachée à la variable a ; il se trouve ici que sa représentation dans le plan complexe illustre à merveille la situation physique.

(8) L'expression est de S. WATANABE (*Rev. mod. Physics*, t. **27**, 1955, p. 179) ; une rétrodiction « aveugle » est celle où les probabilités à priori de Bayes sont prises toutes égales entre elles.

planètes, l'interaction génératrice du système évolutif était l'explosion d'une grosse planète, et le fait est que l'effet de cette explosion se fait sentir *après* (ce n'est pas une « implosion » rassemblant l'essaim). Soit encore une météorite traversant l'atmosphère terrestre ; elle se freine en émettant une onde balistique et thermique retardée, elle ne s'accélère pas en effaçant une onde « antécédente » avancée.

Finalement, l'énoncé suivant vaut comme une *loi macroscopique générale* : *si deux systèmes sont pratiquement indépendants avant et après une forte interaction, l'effet de cette interaction se fait sentir sur chacun des deux systèmes après la fin, pas avant le début de l'interaction.*

Cet énoncé est celui d'une forme particulière et précise du principe des actions retardées, qui apparaît ici comme de nature essentiellement macroscopique. Comme on vient de montrer qu'en fait cet énoncé se trouve impliqué dans toute déduction physique du « théorème *H* », nous concluons que *le « théorème H » déduit en fait la loi de l'entropie croissante du principe des actions retardées.*

Réciproquement, on peut montrer par l'absurde que *la loi des actions retardées est conséquence du principe de l'entropie croissante.* Si la loi des actions avancées (au sens précédent) prévalait, une interaction momentanée entre deux systèmes antérieurement et postérieurement indépendants « cueillerait » (et ne laisserait pas) chacun d'eux dans une complexion improbable ; les complexions improbables apparaîtraient ainsi au terme, et non au début, des évolutions naturelles ; le *principe* de l'entropie croissante serait donc contredit.

On peut remarquer que beaucoup des exemples qui illustreraient cette argumentation suggèrent l'existence d'une relation étroite entre la précédente forme du principe des actions retardées et le principe de la retardation des ondes macroscopiques ; l'exemple (donné) de la météorite appartient à cette catégorie.

Nous ne chercherons pas ici à rattacher entre eux ces deux principes dans le cas des ondes élastiques ou balistiques. Il sera d'un intérêt beaucoup plus fondamental de montrer que, dans les versions quantiques du théorème de l'irréversibilité, le principe des actions retardées qui se trouve invoqué n'est autre qu'un principe de retardation des ondes macroscopiques (de matière ou de radiation).

2. La forme du principe de retardation des ondes macroscopiques impliquée dans le théorème d'irréversibilité de J. von Neumann (9). — Planck (et déjà, sous forme fonctionnelle, Wien) savait définir le flux d'entropie attaché à la propagation d'un faisceau de lumière de fréquence bien définie (10). La constante h figure dans son expression et l'on voit par là que la notion de photon est nécessaire à la définition explicite de l'entropie du rayonnement.

Il suit de ces conceptions que toute diffraction ou diffusion de lumière *même sans changement de fréquence* a pour corollaire un accroissement d'entropie et ceci suggère déjà l'idée d'une relation intime entre les deux phénomènes de la croissance de l'entropie et de la retardation des ondes lumineuses macroscopiques.

(9) J. VON NEUMANN, Les fondements mathématiques de la mécanique quantique (trad. Proca), éd. Alcan, Paris, 1946, chap. 4 et 5.

(10) Voir A. ORE, *Phys. Review*, t. **98**, 1955, p. 887.

Ce problème a fait jadis l'objet d'une longue discussion entre Einstein et Ritz [11], que Wheeler & Feynman [12] résument ainsi : « Dans une discussion sans issue, mais éclairante, Ritz veut faire de l'exclusion des ondes avancées l'un des fondements du second principe de la thermodynamique, tandis qu'Einstein pense que l'irréversibilité du rayonnement s'explique entièrement par des arguments de probabilité. »

Notre opinion est que l'unique raison ayant empêché Einstein et Ritz de tomber d'accord (alors qu'à notre sens ils l'étaient virtuellement) est que, à l'époque où ils écrivaient, si la quantification du rayonnement était déjà connue, « l'ondulisation » de la matière ne l'était pas encore. Si Einstein et Ritz avaient alors soupçonné que toute diffusion mécanique de particules lors d'un choc implique aussi une diffusion d'ondes « matérielles », alors bien certainement l'un et l'autre eussent reconnu que la thèse et l'antithèse qu'ils défendaient respectivement sont échangeables comme un théorème et sa réciproque.

Nous pensons que la mécanique ondulatoire, en tant que théorie synthétique de la matière et du rayonnement basée sur le schème des ondes quantifiées, fournit la clé d'une synthèse universelle des deux principes de la croissance de l'entropie et de la retardation des ondes macroscopiques. Incidemment, c'est le principe des ondes retardées qui représente la forme véritablement physique du principe des actions retardées. *Il n'y a pas de principe des ondes retardées pour le phénomène quantique élémentaire, qui est complètement symétrique entre avenir et passé* [8].

Semblablement à une précédente remarque, il devra y avoir, en mécanique statistique quantique, autant de spécifications particulières du principe (macroscopique) des ondes retardées qu'il y aura de versions du « théorème *H* ». Si nous considérons ici, en raison de son caractère très fondamental, le théorème de l'irréversibilité du processus de la mesure physique à l'échelle quantique de J. von Neumann [9], une forme bien définie correspondante du principe des ondes retardées s'y trouvera impliquée.

En mécanique ondulatoire, il y a une correspondance biunivoque entre une attitude prédictive et l'usage des ondes retardées d'une part, entre une attitude rétrodictive et l'usage des ondes avancées d'autre part. La prédiction comme la rétrodiction partent d'un état connu qu'on peut appeler l'état *donné* ; mais le calcul de la probabilité d'un autre état se fera d'un côté dans le futur et de l'autre dans le passé. Il impliquera, en mécanique ondulatoire, l'usage d'une onde caractérisée par ses conditions initiales dans un cas et par ses conditions finales dans l'autre.

Si ces probabilités doivent être « réalisées » en tant que fréquences statistiques, il faut introduire le concept d'une répétition de la transition considérée ; *c'est en ce sens précis que l'échelle macroscopique va s'introduire dans le problème actuel.* Nous devons donc considérer que l'état « donné » est reproduit à un grand nombre d'exemplaires ; alors, le problème prédictif se réfère manifestement à la diffusion statistique des particules « données » dans une transition future produite un grand

(11) W. Ritz, *Ann. Chimie et Physique*, t. **13**, 1908, p. 145 ; *Phys. Zeits.*, t. **9**, 1908, p. 903. A. Einstein, *Phys. Zeits.*, t. **10**, 1909, p. 185. W. Ritz & A. Einstein, *Phys. Zeits.*, t. **10**, 1909, p. 323.

(12) J. A. Wheeler & R. P. Feynman, *Rev. mod. Physics*, t. **17**, 1945, p. 157.

nombre de fois, tandis que le problème de la rétrodiction [aveugle [5]] se réfère à l'opération de sélection temporellement symétrique de la précédente et qui, si elle était réalisable sous la forme d'un phénomène fonctionnant seul et par lui-même, serait une paradoxale expérience de « con-fusion » [13] de particules dans la répétition d'une transition passée. Manifestement, le phénomène (réalisable) de diffusion, lié à l'attitude prédictive est aussi un phénomène usuel d'émission d'ondes retardées, tandis que le phénomène (purement idéal) de « con-fusion », associé à un processus de sélection, correspondrait physiquement à un paradoxal phénomène d'absorption d'ondes avancées en cohérence de phase.

De l'argumentation précédente nous concluons à l'existence des deux chaînes de concepts associés : 1° *attitude prédictive-phénomènes d'émission-ondes retardées* ; 2° *attitude rétrodictive-phénomènes d'absorption-ondes avancées.*

Ceci étant, rappelons l'énoncé du célèbre théorème de J. von Neumann [9] relatif à l'irréversibilité de l'acte de mesure quantique. Soient p_i les poids statistiques des ondes orthogonales φ_i dans le système « donné », q_i ceux des ondes orthogonales ψ_i séparées des φ_i par une transition quantique [14]. Si l'on considère que les ψ sont physiquement significatives après les φ, nous avons affaire à un problème de prédiction et si les ψ sont physiquement significatives avant les φ, nous avons affaire à un problème de rétrodiction. Le calcul de J. von Neumann prouve que, *dans les deux cas*, l'on a entre le plus grand, P, des p et le plus grand, Q, des q l'inégalité

$$Q \leqslant P .$$

Ainsi, dans la rétrodiction (aveugle) aussi bien que dans la prédiction, il y a une tendance nette à l'uniformité, exactement comme en mécanique statistique classique. Il est possible d'introduire dans ce problème, avec J. von Neumann, une expression explicite de l'entropie, mais sans gagner rien de physiquement significatif pour la discussion actuelle.

Lorsqu'on passe du point de vue des probabilités à celui des fréquences statistiques observées, on est aussitôt confronté au fait que les probabilités de prédiction sont aisément « réalisées » au moyen de la répétition d'une transition de diffusion (qu'on songe par exemple à l'expérience de Davisson & Germer), tandis qu'au contraire les probabilités de rétrodiction restent idéales en ce sens qu'il est impossible de réaliser macroscopiquement (au sens précédent) une expérience de « con-fusion en phase » d'ondes avancées. Une autre façon de dire la même chose est que, *à l'échelle ondulatoire macroscopique*, l'émission est un phénomène fonctionnant par lui-même, tandis que l'absorption n'est possible qu'associée à une émission plus intense (et par conséquent à un gaspillage : éclairage, radiodiffusion, « sélection » en mécanique ondulatoire).

Ainsi, nous avons pu montrer que, *dans la déduction selon J. von Neumann de la croissance de l'entropie liée à un acte de mesure quantique, la forme qu'on a précisée de la loi de retardation des ondes macroscopiques se trouve impliquée.* Il va sans dire

(13) Terme symétrique à *dif-fusion.*

(14) Toutes ces notions peuvent être définies de manière covariante minkowskienne : voir notre livre, Théorie synthétique de la relativité restreinte et des quanta, éd. Gauthier-Villars, Paris, 1957, chap. 5, 6, 7, 8. Nous avons signalé pour la première fois cette réinterprétation du théorème de J. von Neumann dans *C. r. Ac. Sc.*, t. **243**, 1956, p. 1728. Voir aussi *Ibid.*, t. **241**, 1955, p. 1721 et t. **243**, 1956, p. 1838.

que la loi symétrique « anti-Carnot » résulterait semblablement d'un postulat d'ondes macroscopiques avancées.

Réciproquement, puisque les expériences impliquant de nombreuses « épreuves » d'une transition quantique montrent toujours que l'entropie définie par J. von Neumann croît en conformité avec le raisonnement prédictif, l'on conclut, grâce au calcul de J. von Neumann, que les ondes retardées existent seules à l'échelle macroscopique (telle qu'elle a été définie).

Incidemment, l'on peut remarquer que, dans la démonstration de J. von Neumann, le principe des ondes retardées joue durant les intervalles de temps séparant deux actes de mesure, tandis que la loi de l'entropie croissante joue durant les intervalles de temps où les mesures se font.

Une remarque encore est nécessaire avant que nous donnions un exemple illustratif.

J. von Neumann insiste sur ceci que, dans son raisonnement, c'est la statistique classique de Boltzmann, et non les nouvelles statistiques quantiques, qui joue. Ceci tient à ce que les ensembles de J. von Neumann sont formés de transitions physiquement indépendantes : l'on a affaire à des répétitions d'un processus de diffusion, non à une diffusion impliquant un grand nombre de particules.

Lorsqu'il s'agit d'illustrer physiquement un aspect du formalisme quantique abstrait, il faut remarquer que, dans la plupart des expériences de pensée du type « banc d'optique », l'axe des x le long du banc joue en fait le rôle de la coordonnée t de Minkowski, tandis que les écrans, lentilles, réseaux, ..., très généralement normaux à cet axe, jouent le rôle des plans t = Cte où les opérations de mesure sont idéalement supposées se faire.

Imaginons qu'on effectue une telle expérience avec une onde en régime permanent amenant un flux constant de particules par unités de surface et de temps ; on peut songer par exemple à l'expérience de Davisson & Germer. Les cellules d'extension en phase à considérer auront la forme $\delta y\ \delta z\ \delta t\ .\ \delta p_y\ \delta p_z\ \delta W \simeq h^3$; elles se réfèrent dans l'espace-temps à un plan (du genre temps) normal à l'axe des x. Si l'intervalle de temps moyen entre deux impacts corpusculaires est grand devant $h/\delta W$, c'est-à-dire si deux corpuscules successifs n'appartiennent pas au même train d'ondes, ils peuvent tomber, sans interaction quantique de Bose ou de Fermi, dans la même cellule $\delta y\ \delta z\ .\ \delta p_y\ \delta p_z \simeq h^2$: les conditions de l'indépendance au sens de Boltzmann sont réalisées.

Venons-en finalement à une illustration physique de l'interprétation du théorème de J. von Neumann comme preuve universelle de l'équivalence entre les deux principes (macroscopiques) des ondes retardées et de l'entropie croissante.

Entre bien d'autres expériences de pensée facilement concevables, choisissons celle d'un réseau plan normal à l'axe des x. A une onde incidente ayant ses rayons normaux aux traits, d'orientation et de longueur d'onde bien définies, correspondent g ondes planes émergentes bien définies ; réciproquement, à l'une quelconque de ces ondes planes émergentes correspond un même ensemble de g ondes planes incidentes, associées dans le problème du « retour inverse ».

La transition d'un corpuscule d'une onde incidente à une onde émergente a une matrice de probabilités carrée de rang g ; nous ne perdrons pas de généralité en postulant pour simplifier que toutes les probabilités de transition sont égales.

Supposons que la transition soit répétée n fois, avec $n \gg g$; en fait, on attend un temps suffisant pour que n corpuscules traversent le réseau. La formule donnant la probabilité $P(n_i)$ d'un système de nombres d'occupation n_i des g cellules (ou ondes) résulte d'un calcul très classique :

$$P(n_i) = \frac{n\,!}{\Pi(n_i\,!)}\ .$$

Si nous prenons un corpuscule et le mettons dans une cellule plus occupée, le dénominateur augmente : les complexions les moins probables sont donc celles où tous les corpuscules sont sur la même onde et les plus probables celles où tous les nombres d'occupation sont égaux (à $\Delta n = 1$ près).

Physiquement, à l'échelle macroscopique, ce calcul de probabilités rencontre un plein succès en prédiction, mais échoue complètement en rétrodiction. En effet, l'on produit aisément un faisceau incident tel que tous les corpuscules arrivent sur la même onde plane et l'on observe alors la dispersion statistique des corpuscules émergents sur les g ondes planes possibles ; mais il est impossible de réaliser le phénomène temporellement symétrique en tant que phénomène isolé se suffisant à lui-même. Autrement dit, la diffusion en cohérence de phase des ondes retardées est d'observation banale, tandis que la « con-fusion » en cohérence de phase d'ondes avancées, qui lui serait temporellement symétrique, est une impossibilité macroscopique.

Cet exemple illustre bien comment la physique des ondes quantifiées établit l'équivalence complète entre les deux principes de l'entropie croissante et des ondes macroscopiques retardées.

3. **Le propagateur « causal »** $D_C = D_{1R}$ **et le propagateur « final »** D_{1A} (15). — La remarque que voici relative à la symétrie passé-futur des probabilités de transition superquantifiées n'est pas nouvelle (16), mais elle est très importante pour notre sujet. Soit p^0_{if} la probabilité non superquantifiée de la transition i → f : elle désigne indifféremment la probabilité de prédiction que l'état donné i se transformera en l'état f dans la prochaine unité de temps ou la probabilité de rétrodiction que l'état donné f soit issu de l'état i dans la dernière unité de temps. En nous limitant pour simplifier au cas où les nombres d'occupation varient de 1 dans la transition, appelons maintenant n^i_i et n^f_f les deux jeux de nombres d'occupation de l'état initial i avant et de l'état final f après la transition. *Sous l'hypothèse essentielle que la transition d'un corpuscule se fait* entre chaque paire d'états considérés, la probabilité de transition superquantifiée s'écrit

$$P_{if} = \Pi\left(n^i_i\right)\ p^0_{if}\ \Pi\left(n^f_f\right)\ .$$

Il est clair que cette formule équivaut à celle donnée d'habitude, où l'on pose $n_i = n^i_i$ et $n_f = n^f_f - 1$ (cas des bosons) ou $1 - n^f_f$ (cas des fermions : si $n_f = (0,1)$, $n^f_f = (1,0)$) ; les n_f s'écriraient plus explicitement n^i_f, car ils désignent les nombres

(15) Ces notations sont celles de F. Jauch & J. M. Rohrlich, The theory of photons and electrons, U. S. A., 1955.

(16) Voir, par exemple, L. de Broglie, La mécanique ondulatoire du photon, éd. Hermann, Paris, 1942, t. 2, p. 63.

d'occupation initiaux (avant la transition) des états finaux. Dans un problème de rétrodiction, les notations naturelles seraient, au contraire, $n' = n_f^f$, $n_j' \equiv n_j^f = n_j^i - 1$ (cas des bosons) ou $1 - n_j^i$ (cas des fermions).

Considérons maintenant une transition, du type désintégration ou synthèse, où, par définition, l'un des deux états globaux ne contient qu'un seul type de corpuscules ; il s'agit, par exemple, de la transition radiative du premier ordre d'un atome ou d'une désintégration radioactive. Si s désigne un état « donné », formé d'une seule particule complexe, et d un état désintégré, sd désignera une désintégration et ds une synthèse.

La probabilité de transition totale P_{sd} est une somme de probabilités superquantifiées du type précédent et s'écrit

$$P_{sd} = \sum n_s\, p^0_{sd}\, \Pi(1 \pm n^s_d) ,$$

$+$ dans le cas des bosons et $-$ dans le cas des fermions. Dans l'hypothèse $g \gg n$, classique en ce genre de problèmes statistiques, la contribution à la somme Σ d'un produit des n sera négligeable devant celle d'une puissance 1 des n, en sorte que le terme principal est

$$P_{sd} \simeq \sum n_s\, p^0_{sd}$$

ou encore, si nous introduisons la somme des n_s et définissons une probabilité de transition microscopique moyenne,

$$N_s = \sum n_s , \qquad P_{sd} = N_s\, \bar{p}^0_{sd} .$$

C'est là, bien entendu, une façon de présenter l'équivalence limite entre les deux statistiques quantiques et celle de Boltzmann.

Semblablement, l'état synthétisé étant toujours l'état donné, la probabilité rétrodictive aveugle pour qu'il ait été produit durant la dernière seconde, par convergence de ses éléments, est

$$P_{ds} = \bar{p}^0_{ds}\, N_s$$

où, en raison de la réversibilité temporelle certainement valable en moyenne,

$$\bar{p}^0_{ds} = \bar{p}^0_{sd} .$$

Ainsi,

$$P_{ds} = P_{sd}$$

et nous retrouvons encore une fois le paradoxe fondamental de la mécanique statistique car, à cette équiprobabilité théorique de la pré- et de la rétrodiction, s'oppose le fait macroscopique que, tout au moins dans l'espace euclidien illimité, les désintégrations sont d'observation banale et les synthèses spontanées exclues.

Considérant toujours comme *donné* un état comprenant la particule complexe, la précédente analyse a fait apparaître le lien biunivoque existant entre une attitude prédictive et les transitions de désintégration d'une part, entre une attitude rétrodictive et les transitions de synthèse de l'autre.

Il est quasi évident que l'entropie du système croît lors d'une désintégration

et décroît lors d'une synthèse. Les techniques habituelles de la mécanique statistique [17] permettent d'écrire la formule correspondante. Imaginons un ensemble d'atomes fictifs à deux niveaux d'énergie ayant des vitesses mutuelles faibles et soient g_0, g_1, g_2 les nombres de cellules d'extension en phase et n_0, n_1, n_2 ceux, correspondants, des photons, des atomes sur leur niveau inférieur, des atomes sur leur niveau supérieur : $n_1 + n_2 = \mathrm{Cte}$, $n_0 - n_1 = \mathrm{Cte}$; $V\,\delta U \gg h^3$ (V, volume d'une enceinte parfaitement adiabatique ; $\delta U = \delta p^3$, incertitude sur les impulsions). Posant $g' \equiv g/n \gg 1$, nous avons

$$\frac{dS}{dn} = \mathrm{Log}\, n \frac{(g_0' + 1)\,(g_1' \pm 1)}{(g_2' \pm 1)} ;$$

les photons ont été traités comme des bosons et les atomes soit comme des bosons, soit comme des fermions, sur chacun de leurs deux états. Posant

$$G' \equiv \frac{g_0'\, g_1'}{g_2'} \gg 1 ,$$

nous trouvons, comme on l'attendait [18],

$$\frac{dS}{dn} > 0 .$$

Résumons toute la discussion. Nous trouvons que, suivant qu'on adopte l'attitude prédictive ou l'attitude rétrodictive, l'équation dynamique du système est

$$\frac{dN}{dt} = \mp p\, N ,$$

dont l'intégrale est

$$N = N_0\, e^{\mp pt} ;$$

c'est (au double signe près de l'exposant) le résultat classique pour les « dissociations chimiques » et tous les processus formellement analogues. Avec le signe $-$ l'entropie est constamment croissante et avec le signe $+$ elle est constamment décroissante. A nouveau, nous trouvons que la prédiction statistique aveugle est « physique » et que la rétrodiction statistique aveugle ne l'est pas.

En théorie quantique de l'émission-absorption du premier ordre, si l'on intègre les équations différentielles du problème en respectant la symétrie passé-futur du phénomène quantique élémentaire, il est bien connu qu'on ne trouve ni tendance à la dissociation plutôt qu'à la synthèse, ni élargissement du niveau d'énergie supérieur. On sait aussi que Weisskopf & Wigner [19] ont montré la possibilité d'inté-

(17) Voir, par exemple, L. BRILLOUIN, Les statistiques quantiques et leurs applications, éd. Presses Universitaires, Paris, 1930, t. **1**, chap. 5, équations 15 et 21 *bis*.

(18) En faisant $dS/dn = 0$ dans cette formule on n'obtient pas à priori un état d'équilibre thermique, car le dS considéré n'est pas le dS le plus général compatible avec la thermodynamique. En fait, la condition $dS/dn = 0$ conduit au résultat

$$G' = 1 \quad \text{ou} \quad n_2/n_1 = n_0/G \simeq 0, \quad \text{avec} \quad G = g_0\, g_1/g_2 ;$$

tous les photons sont émis et tous les atomes sont sur leur niveau inférieur. On est dans l'état d'équilibre correspondant au *zéro* absolu : la densité d'énergie totale est nulle dans l'enceinte. Ce commentaire précise ceux que nous avions antérieurement donnés à propos de cette expérience de pensée.

(19) V. WEISSKOPF & E. WIGNER, *Zeits. Phys.*, t. **63**, 1930, p. 54 et t. **65**, 1930, p. 18.

grer ces mêmes équations en imposant une loi de déclin exponentiel à l'état synthétisé, et qu'alors la constante de déclin se trouve justement égale à la probabilité de transition par unité de temps (ce qui était nécessaire à la compatibilité interne de la solution). Maintenant, il est manifeste que la solution symétrique en $\exp(+pt)$ existe aussi [20].

De l'ensemble de la précédente discussion résulte clairement que la solution de Weisskopf & Wigner n'est nullement imposée par le mécanisme élémentaire du phénomène, mais bien par la nécessité de satisfaire à la statistique macroscopique, expressément, à la loi convenable de la croissance de l'entropie.

Dans la nouvelle forme explicitement covariante minkowskienne de la théorie quantique des champs, l'on montre [21] que la constante $-p$ de déclin exponentiel s'introduit automatiquement en même temps que le décalage de Lamb, lorsque les particules virtuelles sont décrites au moyen du propagateur « causal » $D_C = D_{IR}$ de Stueckelberg & Feynman. En reprenant le calcul de Jauch & Rohrlich [21], l'on s'assure que la substitution du propagateur « final » D_{IA} à D_{IR} conserverait la valeur du décalage de Lamb, mais changerait le signe de l'exposant réel : $-p \to +p$. Par ailleurs, il est bien connu que l'usage du propagateur temporellement symétrique

$$\overline{D} = \frac{1}{2}(D_{ret} + D_{av}) = \frac{1}{2}(D_{IR} + D_{IA})$$

conduit à une solution stationnaire.

De l'ensemble de toutes ces remarques nous concluons que la description des corpuscules virtuels par le propagateur « causal » $D_C = D_{IR}$ n'est nullement imposée par le mécanisme élémentaire du phénomène, mais bien par la nécessité de satisfaire aux exigences de la statistique macroscopique. Le propagateur « final » D_{IA}, au contraire, serait celui associé au cosmos paradoxal « anti-Carnot », maintes fois considéré dans les discussions relatives au second principe.

4. **Brève conclusion.** — Le problème de savoir pourquoi une attitude prédictive aveugle est « physique » et une attitude rétrodictive aveugle non (et ceci aussi bien en calcul des probabilités abstrait qu'en mécanique statistique) n'est plus un problème de physique proprement dite, mais d'épistémologie.

Physiquement parlant et à l'échelle macroscopique, l'attitude rétrodictive « aveugle », les ondes convergentes ou avancées et les solutions à entropie décroissante sont solidairement exclues du fait d'une *règle d'application*. Un point, c'est tout.

Manuscrit reçu le 25 juillet 1958.

[20] On l'obtient en intégrant dans le plan complexe de l'énergie le long d'une horizontale située au-dessus et non au-dessous de l'axe réel.

[21] Référence de la note [15], nºˢ 15.4 et 16.3.