

1973 - 4
1973 - 5
1973

EXTRAIT DE LA REVUE des Questions Scientifiques,
Tome 144, n° 2, avril 1973.

et tome 166, n° 3, juillet 1973

Une mine de trésors: l'onde évanescente de Fresnel

(PREMIÈRE PARTIE)

PAR

O. COSTA DE BEAUREGARD
Institut Henri Poincaré, Paris

I. INTRODUCTION

En ce qui nous concerne cette histoire commence en 1942 lorsque, nous intéressant au spin en théorie de l'électron de Dirac, nous rapprochons [1] la formule de Tetrode

$$T^{ij} - T^{ji} = \partial_k \sigma^{[ijk]} \quad (1)$$

($i, j, k, l = 1, 2, 3, 4$; $x^4 = ict$) liant la densité de spin σ de Dirac au « défaut de symétrie » du tenseur canonique d'impulsion-énergie, de la formule d'élasticité classique

$$E^{uv} - E^{vu} = \mu^{[uv]} \quad (2)$$

($u, v = 1, 2, 3$) liant la densité de couple μ au « défaut de symétrie » du tenseur élastique. Ce rapprochement en implique un autre entre l'expression de la densité de force

$$f^i = \partial_j T^{ij} \quad \text{ou} \quad f^v = \partial_u E^{uv} \quad (3)$$

et celle de la densité de couple

$$\mu^{[ij]} = \partial_k \sigma^{[ijk]}. \quad (4)$$

A. Proca [2] nous signala alors qu'il avait antérieurement proposé l'idée corollaire d'une non-colinéarité de la vitesse et de l'impulsion de l'électron doué de spin. Mais à cette date l'existence des

travaux antérieurs de Frenkel [3] et de Mathisson [4], où des idées apparentées sont exposées dans d'autres contextes, nous avaient échappé.

Les publications de Weyssenhof [5] en 1947, développent des idées essentiellement semblables à celles de Proca et aux nôtres. Ensuite Papapetrou [6], Sciama [7], Kibble [8], Hehl [9], proposèrent des généralisations de la théorie einsteinienne de la gravitation où, la source du champ étant un tenseur d'impulsion-énergie asymétrique, le tenseur d'Einstein $R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} Rg^{\mu\nu}$ (où $R^{\mu\nu}$ est le tenseur de courbure de Riemann contracté et $g^{\mu\nu}$ le tenseur métrique) doit être généralisé et rendu asymétrique. L'idée d'utiliser en théorie de la gravitation un espace-temps doué de torsion remonte à E. Cartan [10], qui avait même indiqué une relation probable avec le moment angulaire [11]. Ainsi, la minorité des théoriciens favorables à l'idée quelque peu hétérodoxe d'une non-colinéarité de la vitesse et de l'impulsion des particules à spin n'a cessé de grandir. Ne pouvant citer tous ceux qui ont inclus cette vue dans leurs propres recherches, nous mentionnerons Halbwachs [12], comme représentatif de l'école de Bohm et Vigier, et Corben [13], auteur récent d'une remarquable « somme » du sujet. C'est la première publication de Sciama sur le sujet qui nous décida à rechercher s'il ne serait pas possible de mettre en évidence des aspects opératoires de cette non-colinéarité de la vitesse et de l'impulsion des particules à spin.

Avant de poursuivre nous devons écarter une objection d'ordre générale qui nous fut souvent opposée :

Tous les tenseurs $\Theta^{\mu\nu}$ déduits du tenseur de Tetrode $T^{\mu\nu}$ par une formule du type

$$\Theta^{\mu\nu} = \alpha T^{\mu\nu} + \beta T^{\nu\mu}, \quad \alpha + \beta = 1, \quad (5)$$

diffèrent entre eux par un tenseur de divergence nulle (car $\partial_{[k} \sigma^{ij]k} = 0$), et sont donc intégralement équivalents. Cette objection est insurmontable dans les nombreux cas où l'on a affaire à des

intégrales du genre espace $\iiint T^{ij} \partial u$, s'étendant jusqu'à l'infini, mais pas nécessairement dans des cas plus sophistiqués. Elle ne l'est notamment pas avec l'intégrale du genre temps en $dx dy dt$ utilisée dans les expériences de C. Imbert, ainsi qu'on va l'expliquer plus loin.

Notre première approche du problème, destinée à porter sur le spin de l'électron, lié au ferromagnétisme, tombait sous la précédente objection. Cependant les expériences effectuées par Ch. Goillot [14] ont fait apparaître un phénomène non nul; en recherchant son interprétation [15] nous nous sommes trouvé mêlé à la controverse sur l'effet justement appelé par Jouguet [16] « magnétodynamique », et où à l'ancienne école représentée par Jouguet, Fano-Chu-Adler [17], Tellegen [18], s'est opposée une nouvelle école représentée par Penfield-Haus [19], nous-même [20], Shockley-James [21] et Coleman-Van Vleck [22]. Nous rappelons en Appendice I en quoi consiste le problème de l'effet magnétodynamique. Finalement ce problème ne s'écartait guère des préoccupations qui nous avaient guidé au départ, car sa solution selon Penfield-Haus [19] prend en considération une impulsion « cachée » [20] liée à la variation relativiste de la masse des porteurs de charge.

Il importait cependant de revenir au cœur du problème. Or Ch. Goillot nous ayant demandé pourquoi nous ne cherchions pas à raisonner sur les particules à spin en vol plutôt qu'emprisonnées dans un corps solide, nous avons calculé d'abord des solutions de l'électron de Dirac dans un champ magnétique constant [23] tel que celui guidant les particules dans un accélérateur circulaire; nous avons ainsi fait apparaître une non-colinéarité typique entre le courant de présence et l'impulsion de l'électron à spin. Malheureusement, en raison des très petites longueurs d'onde impliquées, l'effet calculé était en tout état de cause bien trop petit pour être mesurable.

Nous nous sommes alors tourné vers le photon dont les longueurs d'onde accessibles étaient *a priori* beaucoup plus prometteuses. Nous avons produit une classe de solutions des équations de

Maxwell dans le vide indépendantes d'une coordonnée, disons z , et présentant malgré cela une composante non nulle S_z du vecteur de Poynting \vec{S} dans cette direction. En particulier, dans le cas de la réflexion totale vitreuse, nous avons prédit sur cette base un décalage transversal du faisceau réfléchi lorsque le faisceau incident est polarisé elliptiquement (le signe du décalage étant lié à celui de l'hélicité des photons) [24]. Très vite après, Schilling [25] fit une prédiction similaire par un raisonnement entièrement différent. Mais nous étions l'un et l'autre *qualitativement* devancés par Fedorov [26], qui avait prédit un tel décalage, mais sans en proposer une formule. Fedorov généralisait élégamment des calculs anciens de Boguslawski [26] et de Wiegrefe [27].

De tous ces auteurs nous étions le seul à lier l'existence du courant d'énergie transversal à la non colinéarité de la vitesse et de l'impulsion du photon au sein de l'onde évanescente. Ceci est quelque peu surprenant, car l'impulsion du photon est connue depuis 1905.

Ignorant encore les publications de Wiegrefe et de Fedorov, nous poursuivions l'étude du photon avec nos collaborateurs J. Ricard [27], puis C. Imbert, lorsqu'un jour Imbert fit la remarque découvrant la clé du succès: Si l'on veut que la composante S_z du courant d'énergie de Poynting \vec{S} liée à une solution des équations de Maxwell indépendante de z (donc telle que les photons associés n'aient pas d'impulsion dans la direction z [24]) il suffit de s'adresser à des cas où existe un amortissement exponentiel *dans l'espace*. Deux tels cas sont bien connus: les milieux absorbants, à exclure en raison justement de l'absorption d'énergie: *et l'onde évanescente de Fresnel* où il n'y a pas d'absorption d'énergie (parce que les composantes réelle et imaginaire de la fréquence spatiale y sont orthogonales entre elles). Imbert [28] produisit alors une formule du décalage transversal d'un faisceau lumineux polarisé elliptiquement différente à la fois de la mienne [24] et de celle de Schilling [25] (Wiegrefe et Fedorov, dont nous ignorions encore les travaux, n'avaient pas

donné de formules pour un décalage transversal). Cette formule d'Imbert n'était pas seulement très bien déduite et (nous allons le voir) remarquable par ses implications: l'expérience allait la confirmer très exactement.

C'est ainsi que mes collaborateurs et moi fûmes introduits à ce vrai Palais des Merveilles qu'est l'onde évanescente de Fresnel...

II. FRESNEL ET L'EFFET TUNNEL DU PHOTON.

DÉCALAGES DE GOOS-HÄNCHEN ET D'IMBERT:

NON COLINÉARITÉ DE LA VITESSE ET DE L'IMPULSION DU PHOTON À SPIN

L'intuition physique et l'habileté théoricienne, souvent louées, de Fresnel se montrent dans sa théorie de l'onde évanescente associée à la réflexion totale. Présentée en termes de mécanique ondulatoire, l'onde évanescente est le premier exemple historique d'un effet tunnel, si par *effet tunnel* on entend un transport d'impulsion-énergie où le principe de conservation ne peut être satisfait que si l'une au moins des 4 composantes est imaginaire dans une partie de l'onde. Dans l'onde évanescente de Fresnel c'est la composante de l'impulsion des photons normale au plan réfléchissant qui est imaginaire pure. Ici et dans toute la suite nous nous limitons au cas où la réflexion totale se fait sur le vide. La raison en est que ce sont des propriétés fondamentales du photon à spin que nous voulons discuter; la présence de la matière du dioptre n'aura d'autre rôle que de créer les conditions aux limites permettant à l'onde évanescente de s'établir.

Un important aspect de cet effet tunnel a été prédit (en termes d'optique classique) par Picht [29] en 1929 puis, au moyen d'un élégant argument de phase stationnaire, par F. Noether [30] en 1931; il a été prouvé expérimentalement par Goos et Hänchen [31] en 1947 (Acloque et Guillemet [32], puis Osterberg et Smith [33], ayant ensuite mis en évidence expérimentale un effet parent très saisissant). L'effet Goos-Hänchen consiste en

ce que le rayon totalement réfléchi ne passe pas par le point d'incidence; les photons pénètrent dans le second milieu avant de revenir dans le premier. La figure 1 montre en Δx le décalage longitudinal de Goos-Hänchen et l'effet tunnel du photon subissant la réflexion totale.

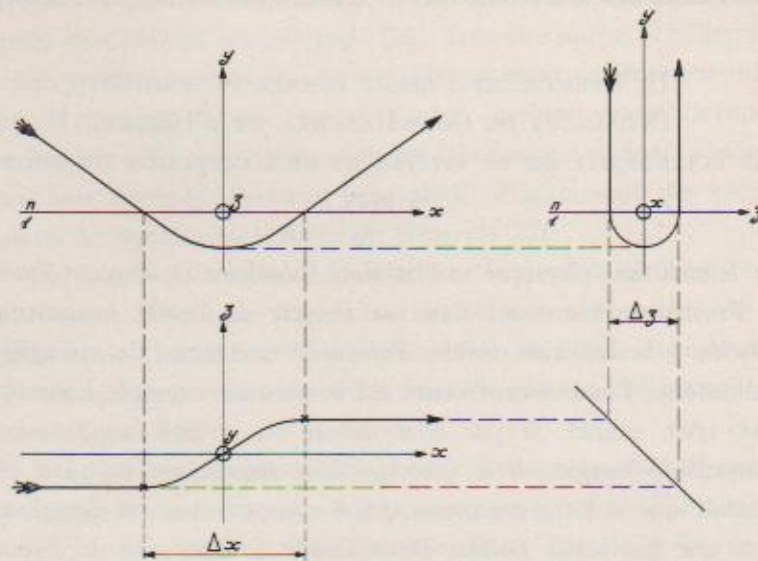


FIG. 1. — Effet tunnel des photons polarisés circulairement subissant la réflexion totale (approximation classique): Δx , décalage longitudinal de Goos-Hänchen, Δy , décalage transversal d'Imbert. Ce phénomène de dynamique des particules à spin est « isomorphe » d'un phénomène familier en statique des fils doués de raideur (voir Appendice II).

La meilleure valeur théorique du décalage de Goos-Hänchen est celle que Kristoffel [34] et Renard [35] ont déduite d'un argument de conservation du flux d'énergie, et que Ricard [36] a retrouvée ensuite par une autre méthode. Si (fig. 2) l'on exprime que le flux du vecteur de Poynting dans l'onde évanescente à travers le demi-plan $x = 0, y < 0$, normal au plan d'incidence égale le flux du vecteur de Poynting de l'onde incidente à l'intérieur d'un prisme de largeur (oblique) Δx , l'on obtient une formule qui peut être présentée sous la forme

$$\Delta x = c\omega^{-1}C_1(\tau_{\perp}^* \tau_{\perp} E_{\perp}^* E_{\perp} + \tau_{\parallel}^* \tau_{\parallel} E_{\parallel}^* E_{\parallel}), \quad (6)$$

où c désigne la vitesse de la lumière dans le vide, ω la pulsation de l'onde ($\omega = 2\pi\nu$), C_1 une constante numérique impliquant l'indice n du dioptré et le sinus α de l'angle d'incidence, τ_{\perp} et τ_{\parallel} les facteurs de transmission de Fresnel, enfin E_{\perp} et E_{\parallel} les champs électriques dans l'onde incidente perpendiculaire et parallèle au plan d'incidence; l'écriture (6) postule que les champs sont normés par la condition

$$E_{\perp}^* E_{\perp} + E_{\parallel}^* E_{\parallel} = 1. \quad (7)$$

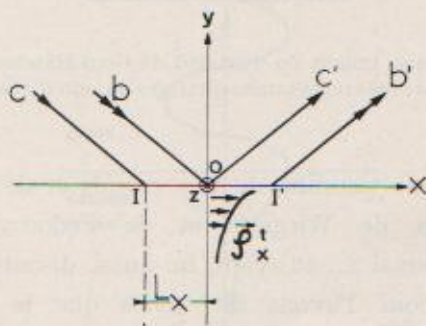


FIG. 2. — Calcul du décalage longitudinal de Goos-Hänchen par l'argument de conservation du flux d'énergie: en exprimant l'égalité des flux d'énergie dans un tube de courant incident (ou émergent), et dans l'onde évanescente à travers le demi-plan $x = 0$, $y < 0$, on calcule une valeur du décalage Δx conforme à celle mesurée.

Compte tenu des expressions (que nous ne donnons pas) de C_1 , τ_{\perp} et τ_{\parallel} , la formule (6) montre que Δx reste petit, sauf lorsque l'angle d'incidence i tend vers sa valeur limite i_l auquel cas $\Delta x \rightarrow \infty$. Ceci se comprend, car alors l'onde évanescente tend vers une onde plane se propageant parallèlement à Ox . Mais une importante instabilité du faisceau réfléchi se produit à l'incidence limite en sorte qu'on ne peut expérimenter que pour $i < i_l$. Pour $i - i_l \simeq 30'$, Δx est de l'ordre d'une dizaine de longueurs d'onde, comme dans les expériences de Goos et Hänchen.

Donnons quelques indications sur ces expériences. Le faisceau fourni par une fente normale au plan d'incidence subit (fig. 3) un grand nombre de réflexions totales alternées à l'intérieur d'une lame à faces parallèles; le décalage nul est matérialisé en faisant subir aux portions latérales du faisceau des réflexions métalliques au lieu des réflexions vitreuses.

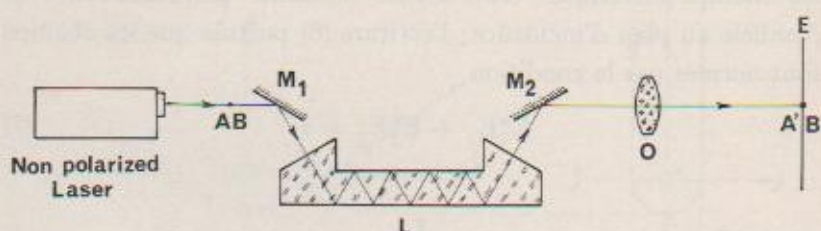


FIG. 3. — Version Imbert du dispositif de Goos-Hänchen pour amplifier le décalage longitudinal : réflexions totales alternées au sein d'une lame à faces parallèles.

C. Imbert, au courant de nos calculs et de ceux de Ricard (sinon de ceux de Wiegrefé et de Fedorov) sur le flux d'énergie transversal S_z , et ayant, lui aussi, discuté divers cas [37] s'est, comme nous l'avons dit, avisé que le cas de l'onde évanescente associée à la réflexion totale permet d'échapper à la

fâcheuse nullité de l'intégrale $\iint S_z dx dy$ dans la quasi-totalité des cas où $S_z(x,y) \neq 0$. La figure 4 montre la variation de la composante $S_z(y)$ du vecteur de Poynting normale au plan d'incidence dans la réflexion totale d'une onde plane indéfinie. Au-dessus du plan réfléchissant, pour $y > 0$, il y a superposition des ondes planes incidente et réfléchie, en sorte que S_z oscille

sinusoïdalement et que, au sens des intégrales de Fourier, $\int_0^{+\infty} S_z dy = 0$. Au-dessous du plan réfléchissant, pour $y < 0$, S_z est amortie

exponentiellement en sorte que $\int_{-\infty}^0 S_z dy = \Phi_z$, valeur finie non

nulle (sauf si $E_{\perp} = 0$ ou $E_{\parallel} = 0$), et change de signe suivant le sens de la polarisation elliptique. En $y = 0$ le champ électrique subit une discontinuité bien connue, entraînant pour S_x une discontinuité par fonction de saut, en sorte que $\int_{-c}^{+c} S_x dy \simeq 0$. Au total

$$\int_{-\infty}^{+\infty} S_x dy = \int_{-\infty}^0 S_x dy = \Phi_x: \quad (7)$$

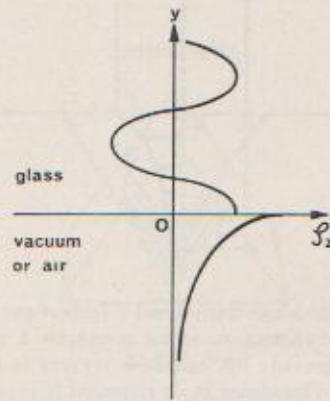


FIG. 4. — La composante « transversale » du vecteur de Poynting dans le triplet « onde incidente + onde réfléchie + onde évanescente » : cas de la réflexion limite d'une onde circulairement polarisée ($y < 0$: onde évanescente; $y > 0$: superposition onde incidente + onde réfléchie).

suivant l'excellente remarque d'Imbert, l'on échappe dans ce cas à l'équivalence intégrale des tenseurs d'impulsion-énergie différant par un terme de divergence nulle. On est donc dans un cas où la non-colinéarité de la vitesse et de l'impulsion du photon à spin devrait apparaître.

Un raisonnement analogue à celui de Kristoffel et de Renard, mais appliqué au phénomène du décalage transversal (Fig. 5), a alors permis à Imbert [38] de prédire que la réflexion totale d'un

faisceau polarisé elliptiquement entraîne un décalage transversal Δz d'expression

$$\Delta z = iC_2(\tau_{\perp}^* \tau_{\parallel} E_{\perp}^* E_{\parallel} - \tau_{\parallel}^* \tau_{\perp} E_{\parallel}^* E_{\perp}) \quad (8)$$

(avec toujours la condition de normalisation (7)). Ensuite, dans deux expériences apparentées, il a montré [39] que le phénomène existe réellement, avec le signe et la grandeur prédits.

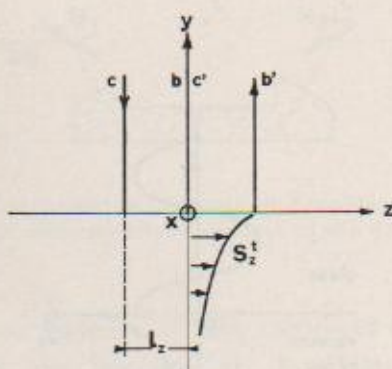


FIG. 5. — Calcul du décalage transversal d'Imbert par l'argument de conservation du flux d'énergie. Le raisonnement est semblable à celui de la figure 2, mais le flux dans l'onde évanescente est calculé à travers le demi-plan $z = 0, y < 0$ parallèle aux demi-plans d'incidence et de réflexion ($z = \pm \Delta z, y > 0$).

Donnons quelques indications sur ces belles expériences.

La formule (8) montre que le décalage transversal Δz est beaucoup plus petit que le décalage longitudinal Δx , et qu'il devient maximum à l'incidence limite où il vaut environ une demi-longueur d'onde. La mesure du décalage transversal Δz est donc *a priori* nettement plus délicate que celle du décalage longitudinal Δx . En outre on ne peut pas employer la procédure de multiplication de Goos et Hänchen (fig. 3), parce qu'aux réflexions alternées les décalages transversaux se soustrairaient au lieu de s'ajouter.

Il y a deux moyens de se tirer d'affaire, et Imbert les a employés avec un égal succès.

Le premier moyen consiste à retourner l'état de polarisation

circulaire entre deux réflexions alternées. Le dispositif multiplicateur correspondant est un prisme de section triangulaire isocèle où la réflexion totale, aussi voisine que possible de la réflexion limite, se fait sur la « base » (fig. 6). Les deux « côtés », qui sont

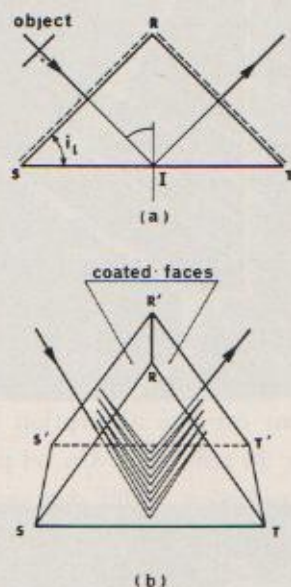


FIG. 6. — Premier prisme d'Imbert pour amplifier le décalage transversal : le prisme, en forme de triangle isocèle, est semi-réfléchissant sous incidence normale des deux « côtés », et totalement réfléchissant sous l'angle quasi-limite par sa « base ». Chaque réflexion normale sur un côté inverse la polarisation circulaire de l'onde incidente, et c'est la condition pour que les décalages transversaux s'ajoutent. C'est l'analogie du dispositif de Goos-Hänchen (fig. 3) avec en plus une inversion de l'hélicité entre deux réflexions successives.

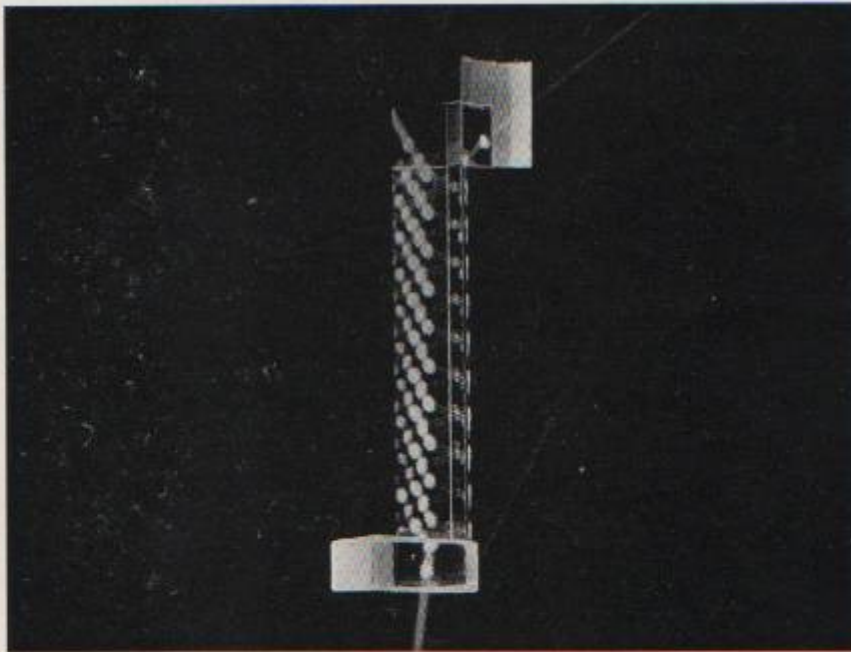
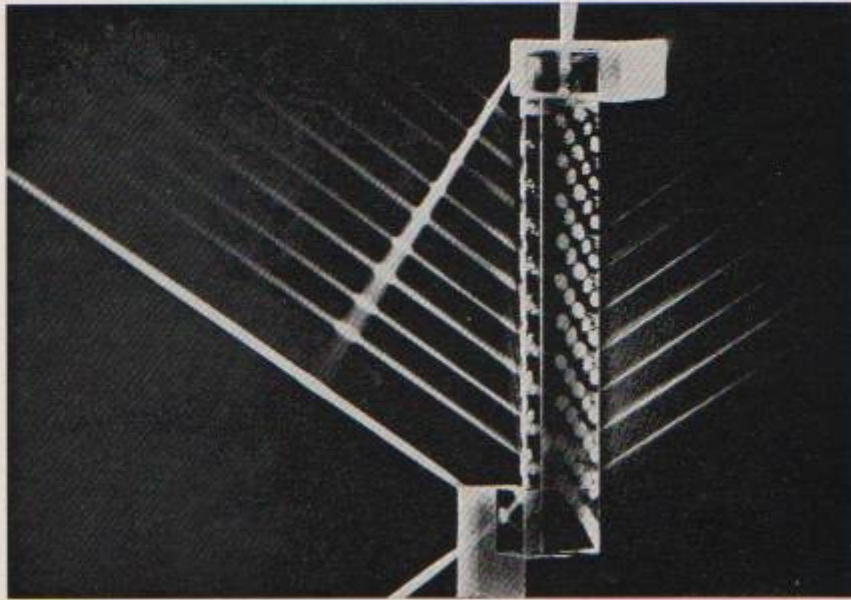
traversés orthogonalement par le faisceau, reçoivent une couche semi-réfléchissante, comme dans un interféromètre de Pérot-Fabry. A chaque réflexion normale ou quasi-normale sur ces faces l'état de polarisation elliptique est remplacé par son symétrique, ce qui est la condition pour que les décalages transversaux sur la base s'ajoutent. Incidemment ce dispositif, utilisé avec 20 réflexions totales a permis à Imbert de vérifier une loi déduite des formules de Fresnel : que la réflexion totale quasi-limite conserve tout état de polari-

sation elliptique, et en particulier la polarisation circulaire (état d'hélicité pure du photon).

Le second moyen d'obtenir des décalages additifs consiste à utiliser des réflexions totales additives plutôt qu'alternées. A cette fin l'on peut utiliser un prisme à section polygonale régulière. Pour un faisceau contenu dans le plan de section droite et subissant des réflexions limites, l'indice devrait valoir $\sqrt{2}$ pour un carré et 2 pour un triangle équilatéral. Aucune de ces deux valeurs n'est pratiquement réalisable, et en fait $\sqrt{2} < n < 2$. La solution retenue, qui avait été suggérée par Goillot et nous-même, fut de faire décrire au faisceau un trajet polygonal hélicoïdal dans un prisme de section triangulaire équilatérale, en réglant la pente des rayons de façon à obtenir des réflexions quasi-limites; cette condition est impérative, car l'état de polarisation ne sera ici préservé que pour une polarisation circulaire. L'avantage de ce prisme sur le précédent est une absorption beaucoup plus faible ayant permis d'utiliser 28 réflexions. Un tel prisme doit être réalisé avec une très haute précision. Celui des expériences d'Imbert a un indice 1,8, des faces planes à $\lambda/10$, des angles égaux à $60^\circ \pm 1'$, et (par conséquent) un très bon parallélisme des arêtes. La figure 7(a) montre une photographie du prisme légèrement dérégulé laissant échapper de la lumière à chaque réflexion, et la figure 7(b) le prisme avec son réglage optimum.

Il est évidemment difficile de marquer ici un point zéro comme l'avaient fait Goos et Hänchen. Une élégante façon de tourner cette difficulté (tout en doublant l'effet) consiste à éclairer un objet rectiligne en lumière polarisée circulairement à droite sur une

FIG. 7. — Second prisme multiplicateur d'Imbert. Cette fois les réflexions totales quasi-limites successives ont lieu dans le même sens au sein d'un prisme droit de section triangulaire équilatérale. Dans ces conditions l'indice du prisme devrait être $n = 2$ ($1/2 = \text{arc sin } 30^\circ$) pour que le faisceau puisse rester dans un plan de section droite. En fait la valeur la plus élevée qu'on sache réaliser est $n = 1,8$. C'est pourquoi le faisceau monte suivant un polygone régulier hélicoïdal dont la pente est ajustée pour que les réflexions se fassent sous l'angle quasi-limite. 7a : prisme légèrement dérégulé laissant échapper la lumière. 7b : prisme au réglage optimum.



moitié et à gauche sur l'autre, en sorte que, si l'effet attendu existe, l'image de l'objet apparaîtra brisée. A cette fin un rayon laser polarisé linéairement reçoit, par une lame $1/4$ onde, une polarisation circulaire; ensuite une lame $1/2$ onde couvrant la moitié du faisceau retourne, sur cette moitié, la polarisation circulaire. En tournant dans son plan la lame $1/4$ onde de 180° , on peut échanger les polarisations circulaires des deux demi-faisceaux.

Ensuite le faisceau rencontre l'objet rectiligne. Comme il ne faut pas qu'une figure de diffraction vienne masquer l'effet cherché, l'objet rectiligne est un « objet de phase » de Wolter [40]: une couche à bord rectiligne déposée sur une lame à faces parallèles, et déphasant de π un demi faisceau relativement à l'autre.

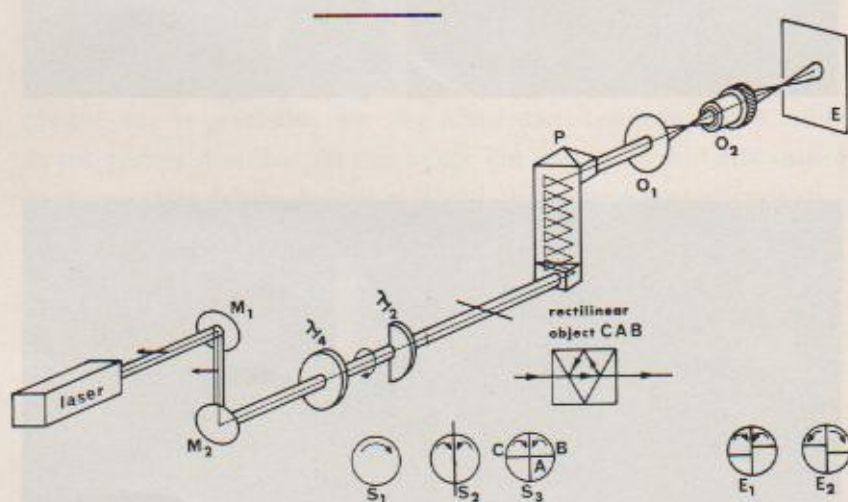


FIG. 8. — Schéma d'ensemble de l'expérience d'Imbert : laser à lumière polarisée rectiligne, polariseur circulaire (lame $1/4$ onde), lame $1/2$ onde couvrant la moitié du faisceau et retournant sur cette moitié la polarisation circulaire, objet rectiligne, prisme multiplicateur du décalage transversal, optique grandissante, écran d'observation.

Ensuite le faisceau entre dans l'un des deux prismes multiplicateurs, et l'image de l'objet rectiligne est finalement observée. La grande luminosité du prisme équilatéral permet de projeter cette image sur un écran à travers un objectif grandissant. La figure 8

montre le schéma de l'ensemble de l'appareillage. La figure 9 reproduit la photographie du résultat qui est totalement conforme aux prévisions théoriques (à la précision près, $\approx 5\%$ de ces mesures difficiles).

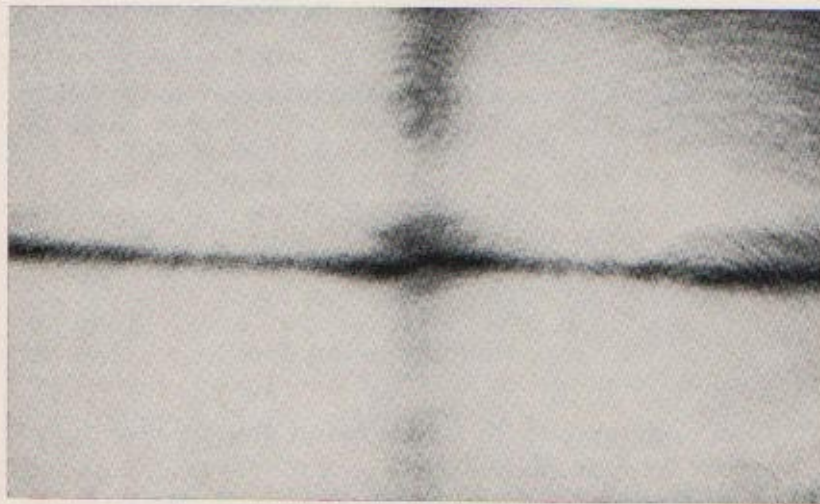
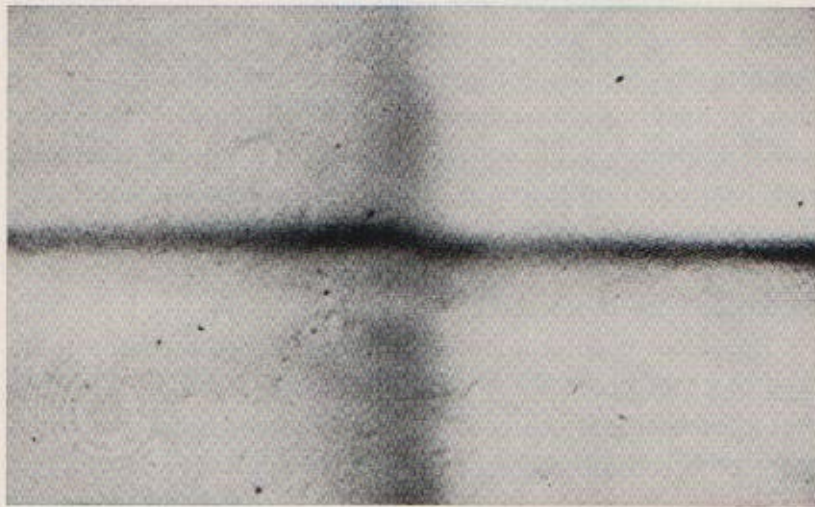


FIG. 9. — Photographie du résultat : l'image de l'objet rectiligne apparaît « brisée » comme prévu (en signe et en grandeur). 9a : Lumière polarisée circulaire gauche. 9b : Lumière polarisée circulaire droite.

La figure 1 fait apparaître, en termes de « rayons lumineux », c'est-à-dire d'optique géométrique généralisée pour tenir compte du spin du photon, les deux décalages Δx de Goos-Hänchen et Δz d'Imbert. La portion de rayon subissant l'effet tunnel au-dessous du plan réfléchissant est une courbe gauche, ce qui traduit la non-colinéarité du flux d'énergie ou de la « vitesse » du photon avec son impulsion qui, elle, reste perpendiculaire à l'axe z . Le « plan de réflexion » n'est donc *pas* confondu en général avec le plan d'incidence; il lui est parallèle, mais est décalé d'un côté ou de l'autre suivant le sens de la polarisation elliptique dans l'onde évanescente. Dans cette onde évanescente les rayons lumineux sont obliques sur les plans équiphases. Il y a donc généralisation des lois de Snell-Descartes [41] et de Fermat-Malus.

Rappelons maintenant que, d'après la dynamique relativiste des particules à spin proposée par une minorité de théoriciens à laquelle nous appartenons, il existe [42] un isomorphisme entre cette dynamique et la statique classique du fil raide (résistant à la courbure et à la torsion). Ainsi la figure 1, représente *aussi* la figure d'équilibre d'un fil suspendu aux points A et B, lesté au points C et D, et tordu. Sur l'arc CD, qui est à la fois courbé et tordu, la tension n'est pas tangente au fil, et ceci correspond au fait que l'impulsion du photon n'est pas tangente au rayon. Cet isomorphisme est exposé en Appendice II.

RÉFÉRENCES

- [1] COSTA DE BEAUREGARD, O., *Comptes Rendus*, **214**, 904, 1942; *J. Math. Pures et Appl.*, **22**, 85, 1943.
- [2] PROCA, A., *Ann. de Physique*, **20**, 347, 1933.
- [3] FRENKEL, J., *Zeits. Phys.*, **37**, 243, 1926.
- [4] MATHISSON, M., *Zeits. Phys.*, **67**, 270 et 826, 1931; *Math. Ann.*, **107**, 400, 1933; *Acta Phys. Pol.*, **6**, 163 et 218, 1937.

- [5] WEYSSENHOF, J. et RAABE, A., *Acta Phys. Polon.*, **9**, 7 et 17, 1947.
WEYSSENHOF, J., *Acta Phys. Polon.*, **9**, 26, 34 et 46, 1947.
- [6] PAPAPETROU, A., *Phil. Mag.*, **40**, 937, 1949; *Proc. Roy. Soc.*, **209**, 248, 1951.
- [7] SCIAMA, D. W., *Proc. Camb. Phil. Soc.*, **54**, 72, 1958; *J. Math. Phys.*, **2**, 472, 1961.
- [8] KIBBLE, T. W. B., *J. Math. Phys.*, **2**, 212, 1961.
- [9] HEHL, F. et KRONER, E., *Zeit. Phys.*, **187**, 478, 1965.
HEHL, F. et DATTA, B. K., *J. Math. Phys.*, **12**, 1334, 1971.
- [10] CARTAN, E., *Comptes Rendus*, **174**, 593; *Ann. Ec. Nor. Sup.*, **40**, 325, 1923; **42**, 17, 1925.
- [11] TRAUTMAN, A., Conclusions de la 6^e Conférence Internationale de Relativité Générale et Gravitation, Copenhague, 9-7-1971.
- [12] HALBACHS, F., Théorie Relativiste des Fluides à Spin, Gauthier — Villars, Paris 1960.
- [13] CORBEN, H. C., Classical and Quantum Theories of Spinning Particles, Holden Day Inc. San Francisco, 1968.
- [14] GOILLOT, Ch., *Comptes Rendus*, **260**, 861 et 2181, 1965; **264**, B1420, 1967; *Phys. Lett.*, **21**, 408, 1966.
- [15] COSTA DE BEAUREGARD, O., *Nuovo Cim.*, **48**, 293, 1967.
- [16] JOUGUET, M., Traité d'Électricité Théorique, Gauthier — Villars, Paris; t. III, 1960, p. 126 et t. IV, 1968, p. VI et 285.
- [17] FANO, R. M., CHU, L. J., ADLER, R. B., Electromagnetic Fields, Energy and Forces, Wiley Inc. New York, 1967.
- [18] TELLEGEN, B. D. H., *Amer. Journ. Phys.*, **30**, 650, 1962.
- [19] PENFIELD, P. et HAUS, H., Electrodynamics of Moving Media, MIT press, Cambridge USA (1967) (voir p. 215).
- [20] COSTA DE BEAUREGARD, O., *Cah. de Phys.*, **21**, 373, 1967; *Nuovo Cim.*, **63**, B611, 1969.
- [21] SHOCKLEY, W. et JAMES, R. P., *Phys. Rev. Lett.*, **18**, 876, 1967.
- [22] COLEMAN, S. et VAN VLICK, J. H., *Phys. Rev.*, **171**, B1370, 1968.
- [23] COSTA DE BEAUREGARD, O., *Phys. Rev.*, **134**, B471, 1964; *Ann. Inst. H. Poincaré*, **2**, A131, 1965.
- [24] COSTA DE BEAUREGARD, O., *Cah. de Phys.*, **18**, 471, 1964; *Phys. Rev.*, **139**, B1446, 1965.
- [25] SCHILLING, H., *Ann. Physik*, **16**, 122, 1965.
- [26] FEDOROV, F. J., *Doklady Akad. Nauk SSSR*, **105**, 465, 1955.
- [27] RICARD, J., *Ann. Télécomm.*, **22**, 122, 1967; **25**, 22, 1970.
- [28] IMBERT, C., *Comptes Rendus*, **267**, B1401, 1968.
- [29] PICT, J., *Ann. Physik*, **3**, 433, 1929; *Phys. Zeits.*, **30**, 905, 1929.
- [30] NOETHER, F., *Ann. Physik*, **11**, 141, 1931.
- [31] GOOS, F. et HÄNCHEN, H., *Ann. der Physik*, **1**, 133, 1947.
- [32] ACLOQUE, P. et GUILLEMET, *Comptes Rendus*, **250**, 4328, 1960.
- [33] OSTERBERG, H. et SMITH, L. W., *J. Opt. Soc. Amer.*, **54**, 1078, 1961.
- [34] KRISTOFFEL, N., *Scient. Acta Tartu State Univ.*, 1956.
- [35] RENARD, R. M., *J. Opt. Soc. Amer.*, **54**, 1190, 1964.

- [36] RICARD, J., *Nouv. Rev. d'Opt.*, **1**, 273, 1970.
- [37] IMBERT, C., *Comptes Rendus*, **264**, B12, et 585, 1967 ; **265**, B797, 1967.
- [38] IMBERT, C., *Comptes Rendus*, **267**, B1401, 1968.
- [39] IMBERT, C., *Comptes Rendus*, **269**, B1227, 1969 ; **270**, B529, 1970 et *Phys. Rev.*, **5**, D787, 1972.
- [40] WOLTER, H., *Hand. Physik*, **24**, 582, 1956.
- [41] Les lois de la réflexion de Snell-Descartes ont été très clairement énoncées par John Pecham, 1230-1292. Voir D. C. LINDBERG, John Pecham and the Science of Optics, Wisconsin U.P., Madison 1970.
- [42] COSTA DE BEAUREGARD, O., *Cah. de Phys.*, **11**, 137, 1957.