

Une mine de trésors : l'onde évanescente de Fresnel

(DEUXIÈME PARTIE) (*)

PAR

O. COSTA DE BEAUREGARD

Institut Henri Poincaré, Paris

III. LA RÉFLEXION TOTALE COMME FILTRE D'ÉTATS DE POLARISATION

L'explication théorique et la vérification expérimentale des décalages de Goos-Hänchen et d'Imbert soulève immédiatement une question : que montrera une observation fine de l'image *en lumière naturelle* d'un petit segment de droite normal au plan d'incidence moyen du faisceau (pour l'effet Goos-Hänchen) ou normal au plan réfléchissant (pour l'effet Imbert) ? Bien poser cette question c'est, nous allons le voir, presque dicter la réponse.

Une première remarque est que *l'existence même de l'effet Goos-Hänchen implique le non-stigmatisme du dioptre plan en réflexion totale*. La fig. 10 montre l'allure de la méridienne de la caustique de révolution engendrée par une source ponctuelle S (abstraction faite de sa structure fine due au spin du photon, que nous allons discuter).

(*) La première partie de cet article a été publiée dans le numéro d'avril de la Revue (Tome 144, pp. 211-228).

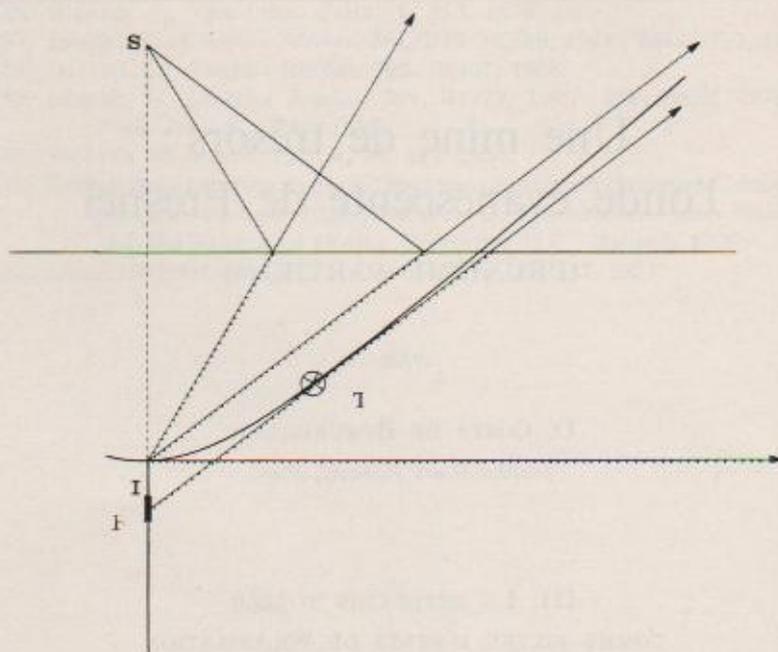


FIG. 10. — La caustique du dioptré plan en réflexion totale : T, focale tangentielle (utilisée pour l'observation de l'effet Goos-Hänchen) ; F, focale sagittale (utilisée pour l'observation de l'effet Imbert). En réalité chacune des focales est un doublet (conformément à l'explication du texte).

La formule de l'effet Goos-Hänchen montre que le rayon réfléchi rasant passe par l'image géométrique I de S : la nappe de caustique passe donc par I, et y a une tangente horizontale. On a figuré les rayons (totalement) réfléchis classique et de Goos-Hänchen ($\pi/2 > i > i_c$) ainsi que la trace T de la focale tangentielle correspondante. Pour $i = i_c$, $i_c = \arcsin(1/n)$, on sait que le rayon de Goos-Hänchen est rejeté à l'infini, en sorte que la caustique a une branche parabolique. Quant à l'autre nappe de caustique, porteuse de la focale sagittale F, c'est le demi axe y situé au-dessous de I.

Or, manifestement, observer le décalage de Goos-Hänchen, c'est observer l'image de la focale tangentielle T ; et observer le décalage d'Imbert, c'est observer l'image de la focale sagittale F. Comme il est impossible de former l'image des deux focales à la

fois nous tirons une importante conclusion : les décalages de Goos-Hänchen et d'Imbert ne sont pas simultanément observables ; ce sont, en termes quantiques, des grandeurs « complémentaires ».

La seconde remarque (corroborant la précédente) est que la formule (6) de Renard pour l'effet Goos-Hänchen a la forme canonique d'une valeur moyenne probable de grandeur quantifiée à deux valeurs propres, $C_1 \tau_1^* \tau_1$ et $C_1 \tau_{\parallel}^* \tau_{\parallel}$, les fonctions propres correspondantes étant les modes orthogonaux E_{\perp} et E_{\parallel} ; et que, moyennant le changement de fonctions,

$$\sqrt{2}G = e_{\perp}E_{\perp} + ie_{\parallel}E_{\parallel} \quad \sqrt{2}D = e_{\perp}E_{\perp} - ie_{\parallel}E_{\parallel} \quad (9)$$

où e_{\perp} et e_{\parallel} désignent les facteurs de phase de τ_{\perp} et τ_{\parallel} , la formule (8) d'Imbert pour le décalage transversal prend, elle aussi, la forme

$$\Delta z = c\omega^{-1}C_2 |\tau_1^* \tau_{\parallel}| (D^*D - G^*G) \quad (10)$$

de la valeur moyenne probable d'une grandeur quantifiée à deux valeurs propres, $\pm |\tau_1^* \tau_{\parallel}|$, les fonctions propres correspondantes étant D et G. Or, sous la condition $e_{\parallel}E_{\parallel} = \pm e_{\perp}E_{\perp}$, ces modes sont orthogonaux et sont les deux modes polarisés circulaires de l'onde évanescence. Les représentations de l'état de polarisation général de l'onde plane incidente par les fonctions orthonormées, E_{\perp} et E_{\parallel} , ou G et D, sont évidemment « complémentaires ».

Ces deux remarques suggèrent invinciblement l'idée que le décalage de Goos-Hänchen doit agir comme un filtre séparant les deux modes orthogonaux E_{\perp} et E_{\parallel} , et que semblablement le décalage d'Imbert doit agir comme un filtre séparant les deux modes orthogonaux G et D (polarisés circulaires dans l'onde évanescence).

Nous avons pu rigoureusement démontrer [43] ce double résultat en nous appuyant sur une excellente remarque de notre collaborateur J. Ricard [44]. Les deux solutions générales des équations de Maxwell du vide (applicables à l'onde évanescence), dépendant du temps par un facteur commun $\exp(i\omega t)$, et 1° indépendante de z ou 2° dépendant de y par un facteur commun $\exp(-\omega \sqrt{n^2 x^2 - 1} y/c)$, où n désigne toujours l'indice du dioptré

et α le sinus de l'angle d'incidence, sont telles que les composantes S_x et S_y du vecteur de Poynting de la première ne contiennent pas de termes rectangles (ou termes d'interférence) en les E_{\perp} et E_{\parallel} , et que les composantes S_x et S_z de la seconde ne contiennent pas de termes rectangles en les G et D . Or si l'on postule, en vertu de l'excellence à la fois formelle (qu'on vient d'expliquer) et expérimentale des formules (6) de Renard et (8) ou (10) d'Imbert, que le flux du vecteur $(S_x, S_y, 0)$ permettra le calcul correct de l'image de la focale tangentielle, et que le flux du vecteur $(S_x, 0, S_z)$ permettra le calcul correct de l'image de la focale sagittale, on conclut de là qu'en lumière de polarisation quelconque, l'image de la focale tangentielle apparaîtra comme un doublet de deux raies de polarisations respectives E_{\perp} et E_{\parallel} , et que l'image de la focale sagittale apparaîtra comme un doublet de deux raies de polarisations circulaires opposées (dans l'onde évanescente).

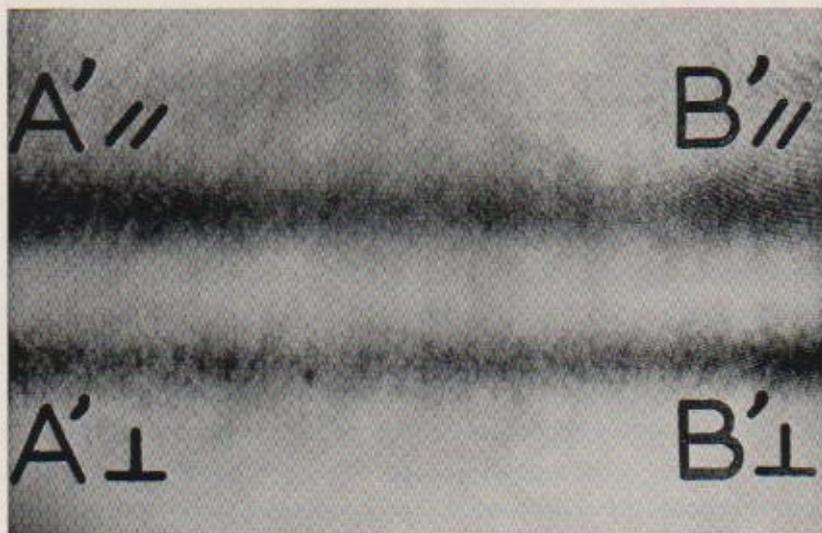


FIG. 11. — Image d'un fil éclairé en lumière quelconque (par exemple, naturelle) fournie par le dispositif de la figure 3 : ou, les deux valeurs propres et les deux fonctions propres du décalage de Goos-Hänchen.

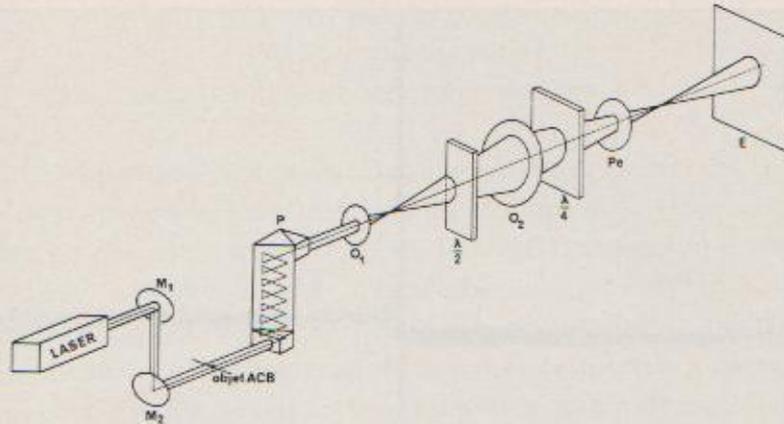


FIG. 12. — Adaptation par Imbert du dispositif de la figure 8 pour montrer les deux valeurs propres du décalage transversal et les deux fonctions propres correspondantes (polarisations circulaires). Cette fois le laser fournit une lumière non polarisée, et les polariseurs circulaires (lame $\frac{1}{2}$ onde couvrant la moitié du faisceau, suivie de l'ensemble d'une lame $\frac{1}{4}$ onde et d'un polariseur rectiligne) sont placés *après* le prisme multiplicateur.

C'est exactement ce qu'on observe. Le dédoublement de la focale tangentielle et le filtrage concomitant des deux polarisations linéaires E_{\perp} et E_{\parallel} a été observé par Goos et Hänchen [45] et par Mazet, Imbert et Huard [46] (fig. 11), ce qui a motivé les calculs de J. Ricard [44] et les nôtres [43]. Le dédoublement de la focale sagittale et le filtrage concomitant des deux polarisations circulaires a été observé par C. Imbert [47] (fig. 12, 13 et 14).

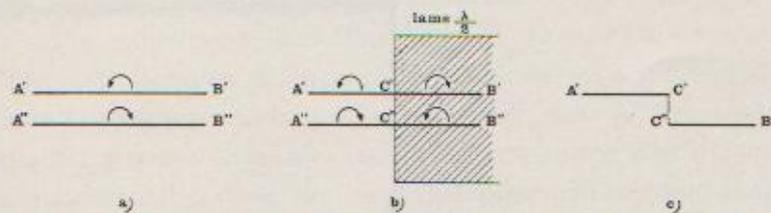


FIG. 13. — Le « truc » permettant de dissocier le doublet des deux raies images chevauchantes. Postulant que ces deux raies existent, et sont polarisées circulairement l'une droite et l'autre gauche (fig. 13a), on dispose une lame $\frac{1}{2}$ onde couvrant la moitié du faisceau, et échangeant donc les polarisations circulaires sur une moitié des deux raies (figure 13b). Ensuite l'ensemble d'une lame $\frac{1}{4}$ onde et d'un polariseur rectiligne permet de supprimer l'une des deux polarisations circulaires, par exemple la droite, et d'obtenir ainsi de l'objet rectiligne une image brisée de polarisation circulaire gauche (figure 13c).

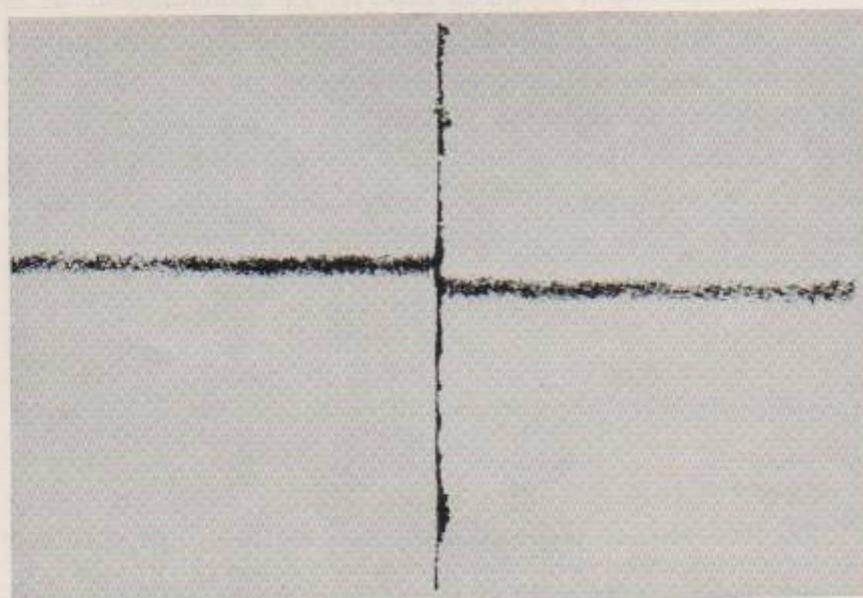
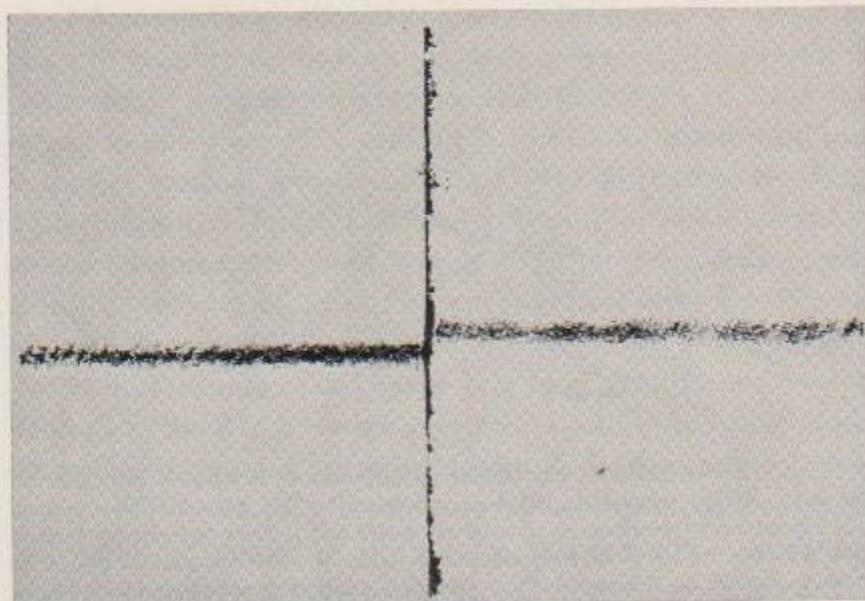


FIG. 14. — Photographie du résultat : images brisées de l'objet rectiligne en lumières polarisées circulaires gauche (fig. 14a) ou droite (fig. 14b). Ou : les deux valeurs propres et les deux fonctions propres du décalage d'Imbert.

IV. PHOTONS-TACHYONS
DANS L'ONDE ÉVANESCENTE DE FRESNEL

Le point de départ de notre exploration des propriétés de l'onde évanescente associée à la réflexion totale d'une onde plane monochromatique fut, rappelons le, de prouver l'existence d'un flux d'énergie à travers le plan d'incidence (lorsque cette onde est polarisée elliptiquement) ; ceci en l'absence par définition de toute composante de l'impulsion des photons dans la direction z normale à ce plan. En effet, toutes les composantes du champ électromagnétique étant indépendantes de z , la valeur propre de l'opérateur de l'impulsion suivant z , $i\partial_z$, est nulle. Si l'on préfère, le champ et l'appareillage admettant l'invariance de translation dans la direction z , l'impulsion correspondante est nulle en vertu des théorèmes de Noether. On peut d'ailleurs montrer que cette non-colinéarité de la vitesse et de l'impulsion n'est pas un « artifact » lié à l'usage d'une solution idéalisée (l'onde plane monochromatique) mais qu'elle subsiste dans des cas beaucoup plus généraux [45].

Ayant expérimenté, comme on l'a expliqué, le flux d'énergie électromagnétique assimilé à la « vitesse » des photons (comme dans le cas du « rayon extraordinaire » au sein d'un cristal anisotrope), il était tentant d'examiner l'autre volet du dyptique, l'impulsion des photons au sein de l'onde évanescente.

Des expériences anciennes [48] ont montré l'absorption ou l'émission stimulée des quanta d'énergie $h\nu = \hbar\omega$ au sein d'une onde évanescente de fréquence temporelle ν ou ω . Par analogie, et aussi en vertu de la covariance relativiste, il est clair qu'on doit semblablement pouvoir montrer l'absorption ou l'émission stimulée des quanta d'impulsion correspondants. Comment se présentent ceux-ci ?

Prenons pour simplifier des unités telles que $c = 1$ et $\hbar = 1$. L'onde évanescente de Fresnel est, rappelons-le, formellement une onde plane de fréquence spatiale k_z [49] plus grande que la fréquence

temporelle ω , en sorte que la fréquence spatiale k_y , normale au plan réfléchissant est imaginaire pure :

$$k_x = n\alpha\omega > \omega, \quad k_y = \omega(n^2\alpha^2 - 1)^{1/2}, \quad k_z = 0. \quad (11)$$

En d'autres termes, la composante k_x de l'impulsion des « photons évanescents » est *plus grande* que leur énergie, et la composante k_y est imaginaire. Si alors, suivant la philosophie du précurseur Fresnel, on écrit la formule bien connue de l'amplitude de transition de Feynman

$$\iiint \psi_a(K) \gamma \psi_b(K) A_i(K+k) \text{Exp}(ik^l x_j) d^4k$$

entre deux états d'impulsion-énergie ψ_a et ψ_b d'une particule élémentaire (disons, un électron au sein de l'onde évanescence) et un état A du « photon évanescence » en y substituant le 4-vecteur d'impulsion-énergie complexe précédemment dit, l'on voit que la composante imaginaire k_y interviendra non pas dans la phase, mais dans l'amplitude. Physiquement, supposons (fig. 15) qu'on lance dans l'onde évanescence un jet d'électrons parallèle à l'axe x , et que les dimensions transversales du jet soient petites devant

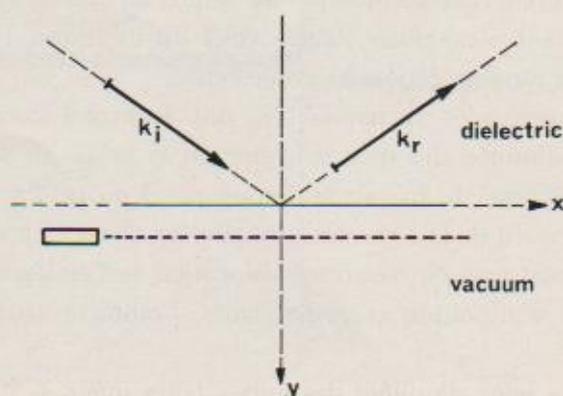


FIG. 15. — Jet d'électrons lancés dans l'onde évanescence parallèlement à la surface réfléchissante.

l'inverse du facteur d'amortissement $1/\omega(n^2\alpha^2 - 1)^{1/2}$: les électrons du jet « sentiront » une onde voisine d'une onde plane, mais telle que $k_x > \omega$. En d'autres termes, le caractère imaginaire de la composante k_y de l'impulsion entraîne sensiblement les mêmes conséquences que le caractère imaginaire de la masse des hypothétiques tachyons *stricto-sensu*.

L'on peut donner beaucoup plus de rigueur à cette affirmation. D'abord, il est possible d'approcher de beaucoup plus près une onde plane de photons tachyons en utilisant non pas un, mais deux plans de réflexion totale parallèles entre eux (fig. 16) : l'onde évanescente engendrée dans le vide compris entre les deux dioptres, par deux ondes planes incidentes, en phase, et symétriques par rapport au plan $y = 0$, possédera des champs qui seront les uns en cosh et les autres en sinh de $(n^2\alpha^2 - 1)^{1/2}y$; pour $y = 0$ les uns seront voisins de 1 et les autres de 0. Ce type d'onde évanescente transpose assez fidèlement une onde guidée entre deux plaques conductrices, mais avec des cosh et sinh au lieu des cos et sin de ay ; il approche d'extrêmement près une onde plane de tachyons, avec $k_x = n\alpha\omega > \omega$ [50].

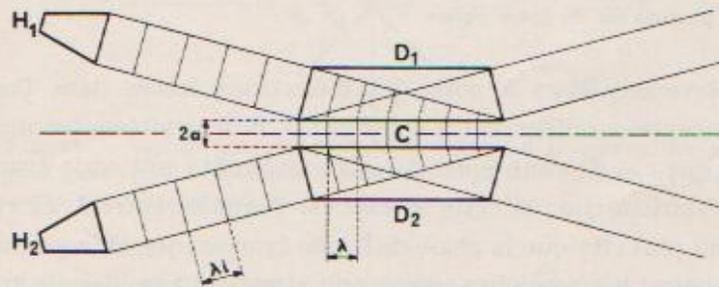


FIG. 16. — Amélioration du précédent dispositif : deux réflexions totales symétriques d'ondes en phase créent une onde évanescente très voisine d'une onde plane ayant une fréquence spatiale *plus grande* que sa fréquence temporelle divisée par c (onde plane de « photons tachyons »).

Dans une publication pratiquement simultanée avec les nôtres, Carniglia et Mandel [51] ont traité de la seconde quantification du

triplet formé par l'onde plane réfléchie et l'onde évanescente associées à une onde plane incidente. Le point qui nous intéresse est que, dans la représentation en k , les formules de non-commutation de leurs opérateurs de création et annihilation ont exactement, pour l'onde évanescente, la forme correspondant à l'existence de nos photons-tachyons.

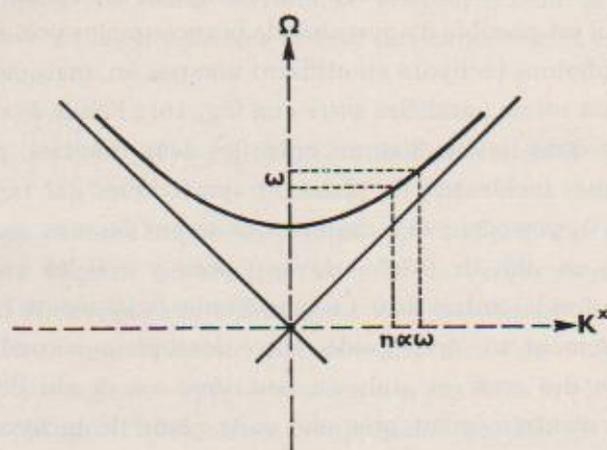


FIG. 17. — Effet photoélectrique du premier ordre sur électrons « quasi-libres » par émission ou absorption de « photons tachyons » ; l'impulsion-énergie de ces photons est du genre espace.

Revenons alors à notre jet d'électrons lancés dans l'onde évanescente parallèlement à Ox (fig. 17). Si leur vitesse (en unités telles que $c = 1$) vaut $1/n\alpha < 1$, ils « sentiront » une onde évanescente stationnaire ; si cette vitesse est comprise entre $1/n\alpha$ et 1, ils iront plus vite que la phase de l'onde évanescente, et la sentiront donc passer « à reculons ». Avec une vitesse $\simeq 1/n\alpha$ les électrons pourront absorber ou émettre des « photons-tachyons » tels que $k_x/\omega = n\alpha > 1$. Autrement dit, *en présence du dioptre, il existe la possibilité d'un effet photoélectrique du premier ordre sur électrons libres*. Cet effet est apparenté à deux autres phénomènes connus : l'effet Smith-Purcell [52] et l'effet Cerenkov [53]. Cependant l'expérience ne semble guère réalisable sous cette forme directe, car de

grandes valeurs du quantum d'énergie-impulsion $(\omega, nx\omega)$ et une faible valeur du facteur d'amortissement spatial $(n^2x^2 - 1)^{1/2}\omega$ sont des exigences contradictoires.

Aussi envisageons-nous de procéder à cette expérience d'émission-absorption de photons-tachyons sous une forme plus sophistiquée : transitions hyperfines dans les atomes d'un jet lancé dans l'onde évanescente parallèlement à x (fig. 18). Le problème a été mis en équations, et, si l'expérience confirme nos prédictions, elle démontrera sans ambiguïté le phénomène des photons tachyons, c'est-à-dire l'existence de l'émission ou de l'absorption simultanée des quanta d'énergie ω et d'impulsion $nx\omega > \omega$.

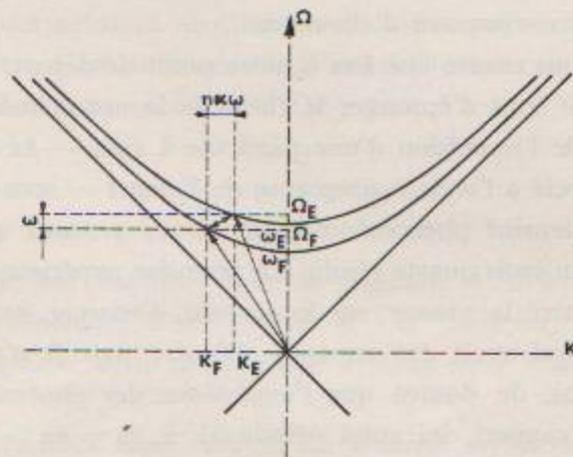


FIG. 18. — Version plus sophistiquée de l'émission-absorption des photons tachyons dans l'onde évanescente : transitions hyperfines dans un jet atomique. Sous cette forme l'expérience est pratiquement réalisable.

Le calcul montre que le phénomène aura lieu pour une vitesse des atomes telle que la fréquence ω de l'onde évanescente (relativement au laboratoire) aura bien subi un effet Doppler *formel* tel que la fréquence « sentie » par les atomes $\omega' = nx\omega > \omega$. Ceci équivaut à dire que la vitesse *de groupe* des photons dans la direction x vaut $nx > 1$ — encore une propriété de tachyons, qu'on peut aussi démontrer plus directement [50].

Mais bien entendu, pas plus avec nos photons-tachyons (qui doivent exister) qu'avec les tachyons *stricto-sensu* de la littérature [54], une vitesse de signal supérieure à c n'est possible : cela est interdit par la forme même de l'équation caractéristique $\square\psi = 0$ [55].

V. LA CONSÉQUENCE LA PLUS RÉVOLUTIONNAIRE DE NOTRE RECHERCHE

est à ce point « scandaleuse » que nous ne voulons pas l'énoncer d'avance en clair — de peur de provoquer chez le lecteur une réaction de rejet. Nous allons donc la laisser se révéler — et, pensons-nous, s'imposer d'elle-même.

Revenons encore une fois à notre point de départ. Le but de la recherche était d'éprouver la thèse de la non-colinéarité de la vitesse et de l'impulsion d'une particule à spin — en l'espèce le photon associé à l'onde évanescence de Fresnel — sous une forme incontestablement phénoménologique. Nous pensons que le problème est au trois quarts résolu. La première expérience d'Imbert a bien montré la vitesse, ou le courant d'énergie, sous l'aspect paradoxal qui avait été annoncé. D'autre part il n'y a guère, pensons-nous, de doutes que l'expérience des photons-tachyons révélera le rapport, lui aussi paradoxal, $k_x/\omega = n\alpha > 1$ annoncé par notre théorie [49] comme par celle de Carniglia-Mandel [51]. Ce ne sera pas là une vérification directe de ce que $k_x = 0$ pour ces transitions atomiques, mais une très forte présomption indirecte.

Or, dire que l'impulsion et la vitesse d'une particule à spin sont non colinéaires, c'est dire que la densité d'impulsion et la densité de courant d'énergie du fluide statistiquement associé ne sont pas égales entre elles, ou encore que le tenseur d'impulsion-énergie est non-symétrique, (nous avons expliqué à propos de la figure 4 que les conditions de notre problème sont justement telles qu'à cette propriété n'est *pas* associée une équivalence intégrale de ce tenseur symétrisé).

Quel est alors le tenseur d'impulsion-énergie asymétrique *univoquement* associé aux propriétés expérimentales de la vitesse et de l'impulsion des quanta de l'onde évanescence ? Ce ne peut *pas* être le tenseur bien connu de Maxwell-Minkowski, parce que ce tenseur est *essentiellement* symétrique dans le vide, et que notre onde évanescence est par hypothèse dans le vide.

Voyons de plus près en quoi le tenseur de Maxwell-Minkowski M^{ij} ($i, j, = 1, 2, 3, 4$) se trouve en défaut. Les calculs de Renard [35] et d'Imbert [37] pour les décalages longitudinal et transversal du faisceau réfléchi utilisent le vecteur de Poynting \vec{S} qui, on le sait, égale (en unités telles que $c = 1$) l'ensemble des composantes en 14, 24, 34 du tenseur (symétrique) M^{ij} . Le succès de ces calculs justifie l'interprétation desdites composantes comme densités de flux d'énergie. C'est par contre leur interprétation comme densités d'impulsion qui est en défaut : d'une part

$$M^{34} \neq 0 \text{ et } \int_{-\infty}^0 M^{34} dy \neq 0,$$

en contradiction flagrante avec la propriété $k^z = 0$ des quanta d'impulsion-énergie ; d'autre part $M^{x4}/M^{44} = 1/nx$, en contradiction flagrante avec la propriété $k^x/\omega = nx > 1$ des photons-tachyons.

Pouvons-nous alors trouver un tenseur asymétrique T^{ij} tel que $T^{4x} = M^{4x} = S^x$, $T^{4y} = M^{4y} = S^y$ ($= 0$), $T^{4z} = M^{4z} = S^z$, prédisant donc correctement les deux décalages Δx et Δz , et tel que $T^{x4}/T^{44} = k^x/\omega = nx$, $T^{z4} = 0$? On va voir que oui. Le tenseur d'impulsion-énergie canonique est en principe asymétrique ; il contient l'opérateur hermitien

$$\frac{i}{2} [\partial^t] = \frac{i}{2} [\partial^t - \bar{\partial}^t]$$

figurant classiquement dans le courant de Gordon, et directement lié au générateur ∂^t des translations d'espace-temps ; les propriétés demandées pour l'impulsion seront ainsi congénitalement satisfaites.

Cet opérateur $[\partial^i]$ doit s'intercaler, son indice i restant libre, entre deux grandeurs de champ, de sorte que l'ensemble ait variance de tenseur de rang 2. Ceci est impossible avec de part et d'autre le champ électromagnétique, qui a rang 2, mais ce sera possible avec d'un côté le potentiel A^i et de l'autre le champ $H^{ij} \equiv \partial^i A^j - \partial^j A^i$. La seule combinaison conduisant au tenseur (asymétrique) de rang 2 est alors (à un facteur près)

$$T^{ij} = A_k [\partial^i] H^{jk} \quad (12)$$

ou, en champs complexes,

$$T^{ij} = \frac{1}{8} A_k^* [\partial^i] H^{jk} + c.c. \quad (13)$$

Ce tenseur a été utilisé par L. de Broglie dans sa Théorie du Photon [56], où il s'avère que la constante multiplicative vaut 1.

Il reste à se demander si les composantes T^{4x} , T^{4y} , T^{4z} redonnent le vecteur de Poynting S^x , $S^y = 0$, S^z . La réponse est affirmative [57] — *pourvu qu'on adopte la jauge des potentiels qui est transverse dans le repère lié au dioptre, soit*

$$V_0 = 0, \quad \vec{A}_0 \cdot \vec{k} = 0. \quad (14)$$

Car — et c'est ici le « scandale » — *le tenseur canonique de L. de Broglie n'est pas invariant de jauge dans l'onde évanescence*. Nous avons montré en détail comment l'addition au précédent potentiel (\vec{A}_0, V_0) du potentiel longitudinal de jauge $(\vec{A}_1, V) = a(\vec{k}, \omega)$, où a désigne un multiplicateur arbitraire, dérange complètement la prédiction des valeurs physiques des décalages Δx et Δz .

En résumé l'argumentation est celle-ci. Il faut *nécessairement* un tenseur asymétrique pour décrire synthétiquement le flux d'énergie et la densité d'impulsion opérationnelles dans le vide de l'onde évanescence. Le *seul* tenseur possible contient le quadri-potentiel et n'est *pas* invariant de jauge.

L'on retrouve alors les bonnes valeurs physiques *si et seulement si* l'on prend la jauge spatialement transverse.

Remarquons bien que ce n'est pas la première fois qu'une jauge particulière se trouve ainsi sélectionnée si l'on décide de représenter une grandeur physique au moyen du potentiel ; c'est ainsi que Louis de Broglie a montré [58] qu'on sélectionne la jauge de Coulomb si l'on exprime le défaut de masse d'un système lié au moyen de l'énergie potentielle électrostatique. Ce qui est ici nouveau, c'est l'obligation de recourir aux potentiels.

Deux ultimes remarques : Une controverse avec Vigier [59] nous [60] a amené à calculer complètement la réflexion totale d'un photon de masse propre m non nulle (mais bien entendu très petite). Ce calcul se fait jusqu'au bout *sans aucune approximation*. Il montre qu'à des termes très petits près dépendant de m , l'indice de réfraction du photon massif transverse est le même que celui du photon orthodoxe, mais que l'indice du photon longitudinal est très voisin de 1. Ce dernier n'est donc pas réfracté, et ne subit donc pas la réflexion totale. Quant aux deux modes T.E. et T.H. du photon massif, ils subissent l'un et l'autre la réflexion totale suivant des formules tendant toutes, lorsque $m \rightarrow 0$, vers les formules classiques. *Il y a ainsi une compatibilité totale entre ces calculs [60] et les conclusions du précédent raisonnement [57].*

Notre ultime remarque sera qu'il y a un moyen et un seul d'éviter notre conclusion relative à la jauge des potentiels : rejeter le postulat que $i\vec{\partial}$ est l'opérateur de l'impulsion, rejeter par conséquent l'un des théorèmes de Noether, et admettre que le photon possède dans l'onde évanescente une impulsion oblique sur les plans équi-phase, de telle sorte que le tenseur, symétrique et invariant de jauge, de Maxwell-Minkowski soit physiquement le bon. Disons tout de suite qu'après des études préliminaires nous avons de bonnes raisons de penser que *tout cela est vrai au niveau macroscopique* où l'on mesurerait le recul du dioptré (en translation ou en rotation). Ceci corrobore l'idée, acceptée, que le tenseur de Maxwell-Minkowski est, en règle générale, macroscopiquement satisfaisant.

Mais, au niveau quantique, renoncer à l'idée que l'opérateur $i\vec{\partial}$ soit l'opérateur d'impulsion *dans une situation où n'existe aucune*

grandeur de champ analogue au \vec{A} électromagnétique soulèverait de très graves difficultés de principe, et de plus ne serait *pas* opérationnel dans des problèmes tels que l'absorption-émission stimulée des « photons évanescents ».

Un problème est donc ouvert ici. Nous n'en dirons pas plus, sinon qu'il reste des trésors à trouver dans l'onde évanescente.

APPENDICE I

L'EFFET MAGNÉTODYNAMIQUE

Par définition une charge électrique Q plongée dans un champ électrostatique \vec{E} subit la force $Q\vec{E}$, et un pôle magnétique R plongé dans un champ magnétostatique \vec{H} subit la force $R\vec{H}$. Un simple changement de repère lorentzien fait alors apparaître la force de Lorentz

$$\vec{F}_Q = Q(\vec{E} + \vec{\beta} \times \vec{H}) \quad (15)$$

et la force de Lorentz inversée

$$\vec{F}_R = \vec{R}(\vec{H} - \vec{\beta} \times \vec{E}) \quad (16)$$

où $\beta \equiv v/c$.

Il suit très directement de (16) qu'un dipôle magnétique variable de moment \vec{M} plongé dans un champ électrique \vec{E} constant subit (en unités homogènes) une « force magnétodynamique »

$$\vec{F} = c^{-2}\vec{E} \times d\vec{M}/dt. \quad (17)$$

Dans le cas des régimes lentement variables, en supposant instantanée la transmission des champs et négligeant le rayonnement, l'on s'assure que, si le champ \vec{E} est créé par une charge ponctuelle Q , $-\vec{F}$ est justement la force appliquée à Q par le champ électrique induit par la variation de \vec{M} . Il y a donc égalité de l'action et de la réaction appliquées aux sources du champ (celles-ci n'étant d'ailleurs pas colinéaires, comme c'est souvent le cas en électrodynamique).

Un problème de conservation du moment angulaire est ainsi posé, qui mériterait peut-être d'être encore discuté [61].

Ceci étant, le « problème de l'effet magnétodynamique » (qui a fait couler beaucoup d'encre dans les années 67-70) est qu'à première vue l'on ne retrouve *pas* [16-18] la force (17) avec le schéma ampérien du magnétisme, d'où, semble-t-il, un paradoxe relatif à la conservation de l'impulsion.

Ce sont Penfield et Haus [19] qui ont en principe résolu l'énigme, en montrant qu'une « impulsion cachée [21] » était restée oubliée : celle liée à la variation relativiste de la masse des porteurs de charge dans le champ \vec{E} . Résumons la présentation que nous [20] avons donnée de la question.

Soit, dans un cas de régime lentement variable, $n(t)$, constant le long du circuit ampérien, le nombre d'électrons traversant une section droite en une seconde, $v(t,l)$ leur vitesse dépendant de l'abscisse curviligne l du fait de la présence du champ \vec{E} , $\rho(t,l)$ leur nombre par unité de longueur du circuit :

$$\rho(t,l) \cdot v(t,l) = n(t). \quad (18)$$

L'impulsion $\vec{P}(t)$ « cachée » dans le circuit est, $m(t,l)$ désignant la masse relativiste d'un électron,

$$\begin{aligned} \vec{P}(t) &= \oint \rho(t,l) m(t,l) v(t,l) d\vec{l} \\ &= \oint n(t) m(t,l) d\vec{l} \end{aligned} \quad (19)$$

avec, si le potentiel électrique V varie lentement, et $-e$ désignant la charge de l'électron,

$$\frac{\partial m}{\partial l} = -c^{-2}e \frac{\partial V}{\partial l} \quad (20)$$

en sorte que

$$\vec{P}(t) = -c^{-2}e \oint n(t) V(t,l) d\vec{l}. \quad (21)$$

Mais par définition

$$i(t) \equiv -en(t) \quad (22)$$

est l'intensité dans le circuit ; donc

$$\delta\vec{P}(t) = c^{-2}\delta\oint i(t)V(t)d\vec{l} = c^{-2}\delta\iint i(t)\vec{E}(t)\times d\vec{s}. \quad (23)$$

Pour effectuer la transformation d'intégrale on a fait jouer les formules

$$\vec{E}(t) \simeq \vec{\partial}V(t), \quad \partial_i\vec{A} \simeq 0. \quad (24)$$

Sous la seconde forme, la formule (23) rapprochée de (17) traduit, dans le problème de l'effet magnétodynamique, l'équivalence entre un feuillet magnétique et un courant ampérien, et lève ainsi le paradoxe de Fano-Chu-Adler [17].

Il reste que la précédente analyse, comme celles, analogues, de Penfield-Haus et de Shockley-James, est trop schématique, car elle fait intervenir seulement le champ \vec{E} extérieur au circuit, mais non le champ électromoteur dans le circuit. Avec A. Conort nous [62] avons esquissé une analyse beaucoup plus serrée de ce problème d'électromagnétisme classique curieusement coriace [22]. Il faudrait encore étudier ce problème dans le cas du magnétisme dû au spin de l'électron, et, aussi, du ferromagnétisme ou du ferri-magnétisme.

APPENDICE II

ISOMORPHISME ENTRE LA DYNAMIQUE RELATIVISTE DE LA PARTICULE A SPIN ET LA STATIQUE CLASSIQUE DU FIL RAIDE

Le tableau de correspondance ci-dessous se passe de longs commentaires. Il fait ressortir l'exact isomorphisme [42] mentionné dans le titre. Ce qui est pour nous significatif est la présence de produits extérieurs de \vec{t} et \vec{T} pour le fil raide, et de V^i et p^i pour le

point matériel à spin. Elle implique un « festonnement » de la courbe ou de la trajectoire autour de ce qu'elle serait, dans le même champ de forces, en l'absence de raideur ou de spin. Il est bien connu qu'en cherchant à tendre un fil métallique livré en rouleau on obtient une hélice, montrant que la tension \vec{T} n'est pas tangente au fil (ou colinéaire à \vec{t}). Quant au « festonnement » de la trajectoire de la particule à spin, il est connu sous le nom de « mouvement à la Weysenhof » ou de « tremblement de Schrödinger ».

Statistique classique du fil raide		Dynamique relativiste du point matériel à spin	
Espace euclidien 3-dimensionnel		Espace-temps pseudo euclidien 4-dimensionnel ($x^4=it; i,j,k,l=1,2,3,4$)	
Abscisse curviligne	s	Temps propre	τ
Point courant du fil	\vec{r}	Instant-point courant	x^i
Vecteur unité tangent $\vec{t}^2 = 1$	$\vec{t} = \frac{d\vec{r}}{ds}$	4-vitesse $V_i V^i = -1$	$V^i = \frac{dx^i}{d\tau}$
Tension	$\vec{T}(s)$	Impulsion-énergie	$P^i(\tau)$
Densité linéaire de force appliquée	$\vec{f}(s)$	4-force appliquée	$F^i(\tau)$
1 ^{re} équation	$\vec{f} = \frac{d\vec{T}}{ds}$	1 ^{re} équation	$F^i = \frac{dP^i}{d\tau}$
« Raideur » ou résistance à la courbure et à la torsion	$\vec{\gamma}$	« Spin » ou moment angulaire interne	S^i
Densité linéaire de couple appliqué	$\vec{\mu}$	Couple appliqué	M^i
2 ^e équation	$\vec{\mu} = \vec{t} \wedge \vec{T} + \frac{d\vec{\gamma}}{ds}$	2 ^e équation	$M^i = V^i P^j - V^j P^i + \frac{dS^{ij}}{d\tau}$

Dans les deux cas, fil raide et point à spin, le festonnement reste petit. Dans notre cas d'expérience (fig. 4) le décalage transversal est de l'ordre de la demi-longueur d'onde. Un tel ordre de grandeur n'est pas le fait du hasard : il relève en dernier... ressort

de ce que la constante de Planck est (à un facteur simple près) le quantum à la fois du moment angulaire interne et de l'action (proportionnelle à la phase optique).

REFERENCES

(SUITE)

- [43] O. COSTA DE BEAUREGARD, *Comptes Rendus*, **274**, B 433 (1972).
- [44] J. RICARD, *Comptes Rendus*, **274**, B 384 (1972).
- [45] F. GOOS et H. HÄNCHEN, *Ann. der Physik*, **5**, 251 (1949).
- [46] A. MAZET, C. IMBERT et S. HUARD, *Comptes Rendus* **273**, B 592 (1971).
- [47] C. IMBERT, *Comptes Rendus*, **274**, B 1213 (1972).
- [48] G. QUINCKE, *Ann. Phys. Chem.*, **5**, 1 (1866).
E. E. HALL, *Phys. Rev.*, **15**, 73 (1902).
- [49] O. COSTA DE BEAUREGARD, *Lett. Nuovo Cim.*, **1**, 305 (1971).
- [50] O. COSTA DE BEAUREGARD et J. RICARD, *Comptes Rendus*, **270**, B 1529 (1970).
- [51] C. K. CARNIGLIA et L. MANDEL, *Phys. Rev.*, **3**, D 280 (1971).
- [52] Voir S. J. GLASS et H. MENDLOWITZ, *Phys. Rev.*, **174**, 57 (1968).
- [53] Voir J. M. VIGOUREUX, *Comptes Rendus*, **272**, B 561 et 1336 (1971).
- [54] G. FEINBERG, *Phys. Rev.*, **159**, 1089 (1967) a baptisé ces hypothétiques particules initialement proposées, semble-t-il, par J. P. TERLETSKI, *Journ. Phys. Rad.*, **21**, 689 (1960) et S. TANAKA, *Prog. Theor. Phys.* **24**, 171 (1960).
- [55] Voir notamment à ce sujet A. BERS, R. FOX, C. G. KUPER et S. C. LIPSON in *Relativity and Gravitation*, Kuper et Perez ed. Gordon and Breach, New York 1971.
- [56] L. DE BROGLIE, Une Nouvelle Théorie de la lumière, t. 1, Hermann, Paris, 1940 ; Mécanique ondulatoire du Photon et Théorie Quantique des Champs, Gauthier-Villars, Paris, 1947.
- [57] O. COSTA DE BEAUREGARD, C. IMBERT et J. RICARD, *Intern. Journ. Theor. Phys.*, **4**, 125 (1971).
- [58] L. DE BROGLIE, *Comptes Rendus*, **225**, 163 (1947) ; Optique Électronique et Corpusculaire, Hermann, Paris, 1950, pp. 45-49. Voir aussi L. BRILLOUIN, *Proc. Nat. Acad. Sci.*, **53**, 475 et 1280 (1965).
- [59] L. DE BROGLIE et J. P. VIGIER, *Comptes Rendus*, **273**, B 1069 (1971).
- [60] O. COSTA DE BEAUREGARD, *Comptes Rendus*, **274**, B 1 et 101 (1972).
Voir aussi notre contribution au Volume Jubilaire des 80 ans de M. Louis de Broglie (Gauthier-Villars, sous presse) pour une discussion plus approfondie du problème de l'invariance de jauge de l'onde évanescente associée à la réflexion totale. Nous y montrons que « l'onde de jauge », associée en tout état de cause à l'invariance de jauge « aveugle » ou « forte », est indépendante de l'indice n

du dioptre, dont elle ne « sent » donc pas la présence, et qu'elle est donc d'une nature physique différente de l'onde évanescente. En fait elle est la limite pour $m \rightarrow 0$ de l'onde longitudinale de spin 0 (dont on a vu qu'elle n'est justement pas réfractée par le dioptre).

[61] Voir à ce sujet The Feynman Lectures on Physics, t. 2, New York, 1963, pp. 17-5, 17-6, 27-11, et O. COSTA DE BEAUREGARD, réf. [20] (1969).

[62] O. COSTA DE BEAUREGARD. *Comptes Rendus*, **272**, B 201 (1971).